



Сред немалкото български математици, преждевременно покосени от смъртта, **Иван Проданов** е един от онези, които оставиха особено ярка следа. Изключително надарен човек, той неуморно и последователно осъществяваше своето призвание — да създава все нови и нови научни ценности, да обучава на своята любима наука по-младите и с интелектуалната си сила и своя пример да влияе, доколкото може, за положителни изменения в нашата математическа действителност. Авторът на настоящата статия беше щастлив да извърви значителна част от своя научен и преподавателски път успоредно с Проданов, с когото го свързваше и лична дружба. Статията представлява опит да се разкаже на повече хора за забележителния човек и учен Иван Проданов и за неговото дело.

Иван Рачев Проданов е роден на **5 август 1935 г.** в с. Керекa, Габровски окръг. Родителите му са се занимавали със земеделие, като баща му е заемал и различни длъжности в ТКЗС — до председател включително. Основно образование Иван Проданов получава в родното си село, а средно — в Габрово. Там той се дипломира през **1954 г.** чрез приравнителни изпити в **Априловската гимназия**, след като е завършил петгодишния курс на **Техникума по механоелектротехника**. Много години след това в докторската си дисертация Проданов изказва благодарност към своя учител по математика от това време М. Илиев. Сред своите съученици Проданов се е откроявал и е правил силно впечатление с големите си знания и възможности в математиката. Знае се, че още тогава той е четял сериозната и много трудна книга на В. Ф. Каган по основи на геометрията.

От **1954 до 1959 г.** Иван Проданов следва **математика** в **Софийския университет**. След това работи няколко месеца като хоноруван асистент в Математическия факултет на университета. През **1960 г.** е приет за аспирант към **Математическия институт на БАН**. Научен ръководител на Проданов е бележитият наш учен проф. **Ярослав Тагамлицки**, учител на мнозина от съвременните български математици. През **1963 г.** Проданов представя кандидатската си дисертация на тема *„Изпъкнали пространства“*, но защитата ѝ се провежда едва през **1967 г.** (това необикновено дълго по сегашните ни представи забавяне тогава не беше единствен случай, защото не се следеше достатъчно за спазване на сроковете от рецензентите).

За качествата на дисертацията говори до известна степен обстоятелството, че нейната публична защита бе проведена в рамките на **Втория конгрес на българските математици** (Варна, 29 август — 7 септември 1967 г.), чрез което бе дадена възможност и видните чуждестранни математици, участващи в конгреса, да присъстват на заседанието.

След изтичането на срока на неговата аспирантура (през **1963 г.**) Иван Проданов става **редовен асистент при катедрата по диференциално и интегрално смятане** в Софийския университет, ръководена от Я. Тагамлици. В тази катедра Проданов (както и авторът на настоящата статия) работи до реорганизацията и интеграцията на Математическия факултет на СУ и Математическия институт на БАН в началото на 1971 г. Три години от този период — от **1964 г. до 1967 г.** — Иван Проданов е командирован в **Пловдив**, където, откликвайки на призива за педагогическо подпомагане на новооткрития Висш педагогически институт (по-късно преобразуван в университет), чете курса по диференциално и интегрално смятане за студентите по математика и физика. През **1967 г.** е избран за **доцент** при катедрата по диференциално и интегрално смятане в Софийския университет. Осем месеца от учебната **1967/68 г.** прекарва на специализация в **Московския университет**. След завръщането си изпълнява в продължение на две години длъжността **заместник-декан на Математическия факултет**.

При реорганизацията и интеграцията, за които вече стана дума, Проданов преминава в новообразувания сектор по **топология и математическа логика**, а след разделянето на последния на два сектора през **1972 г.** се насочва към възникналия в резултат на това сектор по **топология**. През учебната **1971/72** година е на осеммесечна специализация в **Англия** — в **Манчестерския университет**, където му е присъдено и званието *„Почетен асоцииран изследовател“*. От **1971 до 1978 г.** е член на **Научния съвет на Единния център по математика и механика** (преди това — от хабилитирането си през 1967 г. — е член на Факултетния съвет на Математическия факултет). През **1980 г.** след успешната защита на дисертация на тема *„Компактни представяния на алгебри“* става **доктор на математическите науки**.

През последните няколко години от живота си Иван Проданов работи в сектора по **реален и функционален анализ** при Единния център по математика и механика (ръководител на този сектор до смъртта си през 1983 г. беше проф. Я. Тагамлици). Внезапната смърт на Иван Проданов на **24 април 1985 г.** го сполетя в момент, когато процедурата за избирането му за професор при същия сектор се намираше в твърде напреднал стадий — трите официални рецензии бяха вече готови и в тях категорично се препоръчваше неговото избиране. През **май 1985 г.** за изследванията на Проданов върху общата теория на компактните представяния на топологичните алгебри му бе присъдена посмъртно **наградата на БАН и СУ за физико-математически науки „Никола Обрешков“**. Скоро след това се състоя и заседание на Научния съвет на ЕЦММ, на което Иван Проданов бе избран посмъртно за професор по математически анализ. Изборът бе потвърден от Висшата атестационна комисия.

Научната дейност на Проданов, както и на мнозина други наши математици от същото поколение, започва под силното и благотворно влияние на проф. Ярослав Тагамлици. За разлика обаче от редица други свои колеги Иван Проданов се приобщава към научните търсения на своя учител в един преломен момент, когато се е изяснило, че многобройните приложения на теоремата на Тагамлици за конусите могат да се получат и чрез прилагане на теоремата на Крейн и Милман и е възникнала задачата да се разшири областта на изследване така, че да се обхванат нови, по-общи случаи.

Една такава насока на разширяване на изследванията, която Тагамлицки и Проданов енергично разработват в продължение на няколко години — това е обобщаването на понятието изпъкналост на основата на аксиоматично дефинирано понятие за отсечка. Ще се спрем накратко на тези техни изследвания.

Постановката, от която тръгва Тагамлицки и която следва и Проданов, е такава: разглеждаме произволно множество R от обекти, на всеки два елемента a и b на което е съпоставено подмножество на R , наречено отсечка с краища a и b , като предполагаме, че въпросните отсечки удовлетворяват някои условия с естествен геометричен смисъл. Тагамлицки нарече математическите структури от този вид **изпъкнали пространства** (линейните пространства, разглеждани с обичайните отсечки в тях, представляват частен случай на такива математически структури). Едно подмножество C на R се нарича изпъкнало, ако всяка отсечка с краища, принадлежащи на C , се съдържа изцяло в C . Един от основните резултати на Тагамлицки за така дефинираните изпъкнали множества е намирането на просто условие, необходимо и достатъчно за верността на следния принцип за отделимост: всеки две непресичащи се изпъкнали подмножества на R могат да бъдат разширени до две непресичащи се изпъкнали множества, на които обединението е цялото R . Разгледан бе и аналогичен въпрос за отделимост при наличието на топология. Друг съществен принос на Тагамлицки в теорията на изпъкналите пространства беше намереното от него обобщение на теоремата на Крейн и Милман, при което става дума за изпъкнали множества в описания общ смисъл (този резултат не бе публикуван от Тагамлицки, защото след известно време той доказва още по-далеч отиващо обобщение на споменатата теорема; само няколко дни преди смъртта си Иван Проданов предложи една своя реконструкция на въпросния непубликуван резултат, която бе включена в подготвяната книга за Тагамлицки).

Още от самото начало на изследванията на Тагамлицки върху изпъкнали пространства Проданов следи близко хода на тези изследвания и сам взима активно участие в тях. Скоро той се задълбочава достатъчно много в тази тематика и тя става тема на разработваната от него кандидатска дисертация. Основните резултати, изложени в тази дисертация, представляват обобщения на резултатите на Тагамлицки относно отделяне на изпъкнали множества. Вместо произволни изпъкнали множества в много от своите резултати Проданов разглежда такива изпъкнали множества, които са инвариантни относно подходящо многозначно изображение P на пространството R в себе си. Резултатите на Тагамлицки тогава отговарят на специалния случай, когато P е тъждественото изображение на R в себе си. Освен че обобщава резултатите на Тагамлицки, Проданов ги и допълва с по-подробно изследване на някои естествени обобщения на понятията права, равнина и т. н., които обобщения са тясно свързани с разглежданите проблеми. Той дава и интересни и съдържателни примери за прилагане на своите резултати. При единия от тези примери многозначно изображение на R в себе си, където R е топологично линейно пространство и отсечките са обичайните, получаваме, като вземем подходящо множество от непрекъснати афинни оператори в R и на всяка точка от R съпоставим множеството от стойностите на тези оператори в дадената точка. Друг пример, в който пък отсечките са отворени ъгли с връх в началото на линейното пространство R , показва, че една теорема на М. Крейн за инвариантни конуси може да се получи като следствие от резултатите на Проданов. Трети пример показва същото за един резултат на Верников, Крейн и Товбин относно максимални идеали (в този пример стойности на P са стойностите на всевъзможните непрекъснати разлагащи оператори на даден отворен изпъкнал конус).

Кандидатската дисертация на Иван Проданов убедително показва неговия голям математически талант и едно силно развито чувство за истинските ценности в математиката. Добре е да споменем, че публикациите на Проданов във връзка с тази дисертация биват оценени и цитирани в чужбина, въпреки че са в български списания и че основната част от тях е на български език. И макар че напоследък се разбира, че десетина-петнадесет години преди Тагамлици други математици също са предложили аксиоматични подходи към изучаването на изпъкналостта и че някои от резултатите на Тагамлици следват от техни резултати, повечето от резултатите в кандидатската дисертация на Проданов остават, доколкото можем да преценим, с незасегнат приоритет.

Още като асистент Иван Проданов дава съществени приноси и в редица други направления. В частност още тогава той прави някои решаващи крачки в тематиката, по която след повече от десетилетие ще разработи докторската си дисертация. На тази тематика и някои други негови изследвания ще отделим място по-нататък. Първо ще искаме обаче да отбележим, че въпросите за абстрактно разглеждане на изпъкналост и отделимост не престават да привличат научния интерес на Проданов поне около две десетилетия. За това свидетелства неговата забележителна работа „Абстрактный подход к алгебраическому понятию спектра“, публикувана през 1983 г. в трудовете на Математическия институт „В. А. Стеклов“ на Академията на науките на СССР. Тази статия е разширен вариант на доклад, който Проданов е изнесъл през 1979 г. на международна топологическа конференция в Москва. От предговора към тома, в който е отпечатана тази работа, се вижда, че включените в него статии са написани от авторите на най-интересните доклади на конференцията по молба на нейния организационен комитет. В тази работа теоремата за отделимост е доказана при една нова — твърде обща и твърде оригинална постановка, а именно: разглеждат се пространства с два вида изпъкналост и се решава задачата за разширяване на две непресичащи се множества, от които едното е изпъкнало в първия смисъл, а другото — във втория (за задачата е всяко от тях да се разшири до изпъкнало множество от същия вид така, че да се получат две непресичащи се множества, на които обединението е цялото пространство). Тази обща постановка освен че съдържа преди това разглеждания случай на един вид изпъкналост, обхваща и редица случаи, които възникват в изследвания от областта на математическата логика, а именно случаи, когато единият вид изпъкнали множества са филтри, а другият — идеали. Това навлизане на Проданов във въпроси, свързани с математическата логика, не е случайно — още като аспирант той проявява жив интерес към такива въпроси, а след обособяването на сектора по математическа логика поддържа редовни научни контакти с негови членове. На Втория конгрес на българските математици през 1967 г. Проданов имаше едно научно съобщение по въпрос от математическата логика съвместно с автора на настоящата статия, като контактите между нас двамата по въпроси от тази област започнаха от първите години след 1960 г. и продължиха до края на живота на Проданов. Възникването на работата, публикувана в трудовете на института „Стеклов“, беше предшествувано от интензивно научно сътрудничество с Димитър Вакарелов — тогава асистент, а сега доцент в сектора по математическа логика. От разговорите, които съм имал с Иван Проданов, имам впечатление колко добре той се ориентираше и във въпроси, отнасящи се до логическите основи на математическия анализ, както и в логическите тънкости на такава изкусно построена съвременна област на последния, каквато е нестандартният математически анализ.

Подчертано внимание към логическата страна на нещата се чувства и в учебниците написани от Проданов, в това число и в появилата се неотдавна, вече след смъртта му, първа част на учебник по диференциално и интегрално смятане (дължа обаче да отбележа, че за Иван Проданов логическата строгост в преподаването не беше самоцел и той считаше, че злоупотребата с нея може да има вредни последици — например обучаваният да привикне да работи в една, както казваше Проданов, стерилна атмосфера, във от която да се чувства безпомощен).

Сега ще се спрем накратко на резултатите на Проданов, които легнаха в основата на докторската му дисертация. С тези резултати той развива съществено общата теория на компактните представяния на топологичните алгебри. Компактно представяне на една такава алгебра се нарича всяко нейно непрекъснато хомоморфно изображение върху навсякъде гъста подалгебра на някоя компактна алгебра със същата сигнатура. Ако са дадени две такива представяния, първото от тях се нарича по-подробно от второто, ако съществува непрекъснато изображение, което по образа на кой да е елемент на дадената алгебра при първото представяне дава образа на същия елемент при второто представяне. Един от основните резултати, получени от Проданов в това направление, гласи, че измежду компактните представяния на една топологична алгебра винаги има едно, което е най-подробно. Тази обща теорема съдържа като съвсем специални частни случаи две широко известни и важни конструкции — компактификациите на Стоун-Чех от общата топология и компактификациите на Бор от теорията на топологичните групи. По такъв начин изследванията на Проданов разширяват чувствително възможностите за приложение на компактността и към случаи, когато тя не е налице. Методът, чрез който той доказва споменатата теорема, обогатява математиката и с още един ценен резултат — обобщение на понятието почти периодична функция за случая на ограничени непрекъснати реални функции, дефинирани в една произволна топологична алгебра (за специални случаи на топологични групи такова обобщение е дадено от фон Нойман). Доброто използване на обобщението, дадено от Проданов, проличава от това, че чрез него той успява да опише компактните представяния на произволна топологична алгебра. Докторската дисертация на Проданов съдържа и многобройни други хубави резултати, като например това, че всяко многообразие от компактни алгебри притежава множество от представители. Особено внимание заслужават и особено силен отклик в чужбина са получили резултатите на Проданов върху минимални групови топологии, на които резултати смятаме да се спрем отделно след малко. Преди това ще споменем, че главните от останалите резултати в неговата дисертация (т. е. от тези, за които стана дума преди малко) са получени още около 1955 г., а други автори са преоткрили част от тях едва след десетина години.

Своите изследвания върху **минималните групови топологии** Иван Проданов започва около 1971 г. Предмет на тези изследвания са онези топологични групи с хаусдорфова топология, за които не съществува строго по-слаба хаусдорфова топология, относно която груповата операция е непрекъсната. Пример за такава група е всяка компактна топологична група. Първите примери за некомпактни топологични групи с топология, минимална в посочения смисъл, са дадени от **Стивънсън** и **Дойчинов** през 1971 и 1972 г. Във връзка с тези примери възниква въпросът дали всяка топологична група с минимална топология е предкомпактна, т. е. дали всяка такава група притежава инективно компактно представяне.

В една поредица от свои работи Проданов успява да опише всички минимални топологии в различни интересни случаи, сред които особено забележителен е случаят на адитивната група \mathbf{Z}^n на наредените n -орки от цели числа. Забележителна е и тясната връзка, която установява Проданов между тези въпроси и групата на целите p -адични числа. Случаите, които той разглежда, са такива, при които изучаваните групи са абелеви, и във всички тези случаи минималните топологии се оказват предкомпактни. С течение на времето Проданов намира все по-голям брой широки класове от абелеви групи, при които от минималност следва предкомпактност. Тези резултати и някои резултати на учениците му Дикран Дикранян и Лъчезар Стоянов намират широко международно признание и са цитирани и използвани от редица учени в СССР, ФРГ, САЩ и Канада. Особено висока оценка получават въпросните резултати и по-специално резултатите на Проданов в един доклад на видния американски математик У. Комфорт на една топологическа конференция, проведена през 1981 г. От този доклад става ясно, че едни от най-сериозните изследвания върху минималните групи топологии са направени у нас. Следващите години добавят нов, твърде силен аргумент в полза на тази преценка — през 1983 г. Иван Проданов и Лъчезар Стоянов в една своя съвместна работа успяват да получат дългоочаквания окончателен резултат, че всяка минимална топологична абелева група е предкомпактна.

Научните постижения на Проданов далеч не се изчерпват с неговите резултати, за които стана дума дотук. Списъкът на научните му трудове* съдържа около петнадесет публикации по други математически въпроси, при разглеждането на които са проявени същите блестящи научни качества, както и в трудовете по разгледаната от нас тематика. На резултатите от тези публикации няма да се спираме, за да не удължим прекомерно нашето изложение.

*Списък на публикациите на Иван Проданов е даден в статията „Доцент д-р Иван Проданов (1935 — 1985)“ от Т. Генчев, отпечатана във Физико-математическо списание, 27 (1980), 351 — 355. В този списък данните за публикациите с номера 31, 32 и 33 могат да бъдат актуализирани, както следва :

31. Minimal group topologies. In; Colloquia Mathematica Societatis Janos Bolyai, 41. Topology and Applications, Eger (Hungary), 1983. North-Holland, 1985, 493 — 508 (съвм. с Л. Стоянов).
32. Една бележка за непубликуваните изследвания на Я. Тагамлицки върху метода на екстремните елементи. В: Ярослав Тагамлицки — учен и учител. С. 1986, 141 — 149.
33. Abelian Topological Groups. Continuous Characters and Minimal Topologies. Ръкопис (съвм. с Д. Дикранян и Л. Стоянов).

След тези данни могат да бъдат добавени следните данни за резюмета на научни съобщения на Проданов и за един негов доклад по покана :

34. О теореме Вейерштрасса-Стоуна. ИСМ, Москва, 1966, Тезиси, №8, Топология, с. 25.
35. О теореме Хана-Банаха. Втори конгр. бълг. математици, Варна, 29.8 — 7.9.1967. Сб. Резюмета. С, 1967, с. 66.
36. Расширение топологических пространств. Ibid.
37. Принцип на Дирихле. БМД, Четвърта пролетна конференция, Перник, 2 — 4.4.1975. Доклади по покана и резюмета на научните съобщения, 70 — 78.
38. An example of an Abelian topological group without continuous characters. Sixth Balkan Math. Congress, Varna, June 3—9, 1977. Summaries, p. 133.

За публикацията с номер 13 в подписъска, озаглавен „Книги, учебници, учебни помагала“, актуализираните данни са следните :

13. Лекции по диференциално и интегрално смятане. Първа част: функции на една реална променлива. С., 1985, 628 с. (от втората част на този учебник авторът е успял да напише и почти завършен вид една глава и една притурка, които в момента се подготвят за печат).

В живота на Иван Проданов не по-малко важно място от научната дейност заемаше неговата преподавателска и популяризаторска работа. Той е чел твърде разнообразни курсове от лекции. Започнал с водене на упражнения по диференциално и интегрално смятане в Софийския университет, от 1964 г. Проданов почти без прекъсване чете лекции по този предмет в Софийския университет и във Висшите педагогически институти в Пловдив и Шумен. Освен това е чел лекции по линейни топологични пространства, интегрални уравнения, алгебрична топология, топологична алгебра, топологични групи, групи на Ли, частни диференциални уравнения, функционален анализ. Към някои от тези лекции е написал съответни учебници и учебни помагала на високо научно и педагогическо ниво: учебник по алгебрична топология и двутомен учебник по функционален анализ, сборник от задачи по диференциално и интегрално смятане (съвместно с Н. Хаджииванов и Ив. Чобанов), първа част на учебник по диференциално и интегрално смятане (до последните си дни Проданов работеше върху ръкописа на втората част на същия учебник, но за съжаление не успя да завърши това свое дело). Съавтор е и на учебник по висша математика за химици (съвместно с Ив. Чобанов). Голям е броят на научнопопулярните и методически публикации на Иван Проданов — 7 книги, отпечатани в Издателство „Народна просвета“ (три от тях са в известната поредица „Алеф“, на която той е основател), и над 20 статии, отпечатани главно в списанията „Математика“, „Физико-математическо списание“, „Математика и физика“, „Обучението по математика“. Повечето от тези публикации третират с присъщата на техния автор задълбоченост съществени и съдържателни въпроси от математиката и нейното преподаване, а няколко са посветени на делото на видни наши и чужди математици.

Въпросите на преподаването на математиката в средното училище вълнуваха особено силно Иван Проданов. Това намери израз и в активната работа на ръководения от него семинар в ЕЦММ по въпросите на образованието. На този семинар бяха обсъдени редица актуални проблеми, особено във връзка с учебниците по математика за средните училища, и бяха направени многобройни основателни критични бележки, които допринесоха за отстраняване на някои от забелязаните недостатъци.

Тук му е мястото да кажем, че когато ставаше дума за принципни въпроси на науката и преподаването, Проданов въпреки вродената си деликатност и добросъсърдие нямаше навика да премълчава критични бележки, за които смяташе, че трябва да се направят. Хора, които така честно и открито защитават своето мнение по обществено важни въпроси, са изключително ценни за нашата страна, където критиката е важна движеща сила. За съжаление мнозина, когато бъдат критикувани, забравят за тези неща. Това обстоятелство понякога въвличаше Проданов в конфликтни ситуации, които силно обременяваха неговата лесно ранима душа, а в отделни случаи водеха и до други неприятности за него. Изглежда правдоподобно, че ако не бяха тези конфликти, той щеше да получи приживе някой от онези заслужени изрази на признание, с които бе удостоен един-два месеца след неговата така преждевременна смърт. Пиша това с болка, каквато изпитвам и от факта, че точно в годините, когато научната и преподавателската квалификация на Проданов бяха вече достигнали до своята връхна точка, той не бе включван в състава на никой научен съвет и в преподаването на Анализ I и Анализ II за студентите от Факултета по математика и механика.

Както споменах в началото на статията, с Иван Проданов имах научни и приятелски контакти през един дълъг период от време. Научните ми контакти с него бяха важен елемент на онази среда, в която протичаше моята собствена научна дейност.

От тях многократно имах случай да се убедя с каква лекота Проданов навлизаше в математическите въпроси, които ме вълнуваха. Няколко пъти той бързо успяваше да реши задачи, които ме интересуваха, но ме бяха затруднили. В негово лице аз винаги можех да намеря компетентен и доброжелателен събеседник по най-различни въпроси от математиката. Нашето приятелство с него пък беше свързано преди всичко с общата ни любов към природата и по-специално към планините. Иван Проданов считаше, че всеки контакт с природата независимо от свързаните с него трудности и неудобства за човека действа благотворно. Много пъти ние двамата, често пъти и с други колеги и приятели, сме бродили из нашите големи планини – Рила, Пирин, Стара планина. Проданов имаше и практика на алпинист (каквато аз нямам) и веднъж можах да наблюдавам колко лесно той преодоля (въпреки че отдавна не беше се катерил) един от сериозните турове на алпийския обект “Комините” на Витоша. В планинските преходи Иван Проданов проявяваше голяма физическа издръжливост и никога не бих могъл да предположа, че той така рано ще стане внезапна жертва на коварна болест на сърцето.

Със смъртта на Иван Проданов българската математика загуби един свой блестящ представител, а математиците от неговото и от близките поколения заедно с това загубиха и един от най-добрите си колеги и приятели, за когото винаги ще си спомнят с възхищение, с обич и с тъга.

Димитър Скордев