ЯРОСЛАВ ТАГАМЛИЦКИ

Ярослав-Роман Александров Тагамлицки е роден на 11 септември 1917 г. в гр. Армавир, Русия. Семейството му се преселва в България през 1921 г. През 1936 г. той завършва средното си образование във II софийска мъжка гимназия. Същата година постъпва в специалността математика на тогавашния Физико-математически факултет на Софийския университет. През 1940 г. завършва висшето сн образование и е командирован от Министерството на народната просвета за научна работа в тогава съществуващия Математически институт на Софийския университет. През 1942 и 1943 г. Тагамлицки е на специализация в Лайпцигския университет при известните професори *Кьобе* и *Ван дер Варден*. Специализацията му завършва със защита на докторска работа. След завръщането си от специализация отбива военната си повинност.

През 1945 г. Ярослав Тагамлицки е назначен за асистент към катедрата по диференциално и интегрално смятане във Физико-математическия факултет на Софийския университет, която по това време се ръководи от видния български математик професор Кирил Попов (академик от 1947 г.). През 1947 и 1949 г. е избран съответно за частен и за редовен доцент при същата катедра. От 1954 г. Тагамлицки е професор, завеждащ катедрата по диференциално и интегрално смятане. През 1958 г. му е присъдена втора докторска степен — този път съобразно с новите правила за научните степени в нашата страна. През 1961 г. е избран за член-кореспондент на БАН. Едновременно с катедрата по диференциално и интегрално смятане ръководи секцията по функционален анализ в Математическия институт на БАН, а след обединяването на двете звена в края на 1970 г. — възникналия в резултат на това обединение сектор по реален и функционален анализ в Единния център по математика и механика.

За изследванията си върху редовете на Дирихле и върху интегралното уравнение на Лаплас Тагамлицки получава през 1947 г. награда за наука от Комитета за наука, изкуство и култура. През 1952 г. е удостоен с Димитровска награда за труда *„Изследвания върху абелевия интерполационен ред".* За научната и преподавателската си дейност е награждаван с орден „Кирил и Методий" I степен през 1953 и 1967 г. и с юбилейния медал „25 години народна власт" през 1969 г. През 1982 г. е удостоен със званието *„Заслужил деятел на науката"*.

Активната и разностранна дейност на професор Ярослав Тагамлицки бе прекъсната от внезапната му смърт в София на 28 ноември 1983 г.

Първите си три научни статии Тагамлицки публикува още като студент (през годините 1938 и 1939). Те са посветени на въпроси от математическия анализ, отнасящи се до теоремата за крайните нараствания и до граничен преход под знака на лебеговия интеграл. Следващият му научен труд — докторската му дисертация защитена в Лайпциг — е от областта на теорията на аналитичните функции.

Едно от нещата, които осигуряват на Ярослав Тагамлицки трайно място в историята на българската математика — това е обстоятелството, че той беше пионер на функционалния анализ в нашата страна. Резултатите му в тази област на математическия анализ представляват ценен принос на България в съвременната математическа наука, а създадената от Тагамлицки научна школа в същата област оказва твърде съществено влияние за издигане на нивото на нашата математика. Ще се опитаме да обрисуваме по-подробно научната дейност на Тагамлицки в областта на функционалния анализ.

В годините, когато Тагамлицки започва научния си път, от появата на функционалния анализ са изминали няколко десетилетия, но постиженията на българската математика са все още в по-традиционни области, в частност — в обичайния, реален и комплексен анализ. В тези области немногобройните тогава, но силни български математици в Софийския университет са успели да създадат сериозни традиции и вкус към разглеждането на съдържателни, нетривиални задачи. Това обаче, което е постигнато в други страни в областта на функционалния анализ, остава слабо известно у нас още доста време, като за това положение допринася и Втората световна война. Първите петнадесетина научни работи на Тагамлицки са също предимно в областта на традиционния математически анализ, но проследявайки ги, ние чувстваме как все по-отчетливо в тях започва да играе роля едно общо понятие, което по своето естество трябва да бъде отнесено към функционалния анализ. Това е понятието *неразложимост,* като в разглежданите от Тагамлицки случаи неразложимите „вектори" са елементи на различни множества от функции, дефинирани в някакъв интервал, или от числови редици. Коя е причината, поради която той се насочва към това понятие и към въпроси, в които то играе роля? На този въпрос не можем да дадем категоричен отговор. Не забелязваме в биографията на Тагамлицки никакъв външен тласък, който да насочва неговите научни интереси точно в тази посока. Публикациите му все пак показват пътя, по който той е вървял към изучаването на неразложимостта и осъзнаването на значението на това понятие. От ранните публикации на Тагамлицки ние виждаме как разглеждането на някои задачи от обичайния анализ открива за младия учен явлението неразложимост. Виждаме също, че за ориентирането му към тези задачи определено влияние са оказали някои изследвания на Н. Обрешков.

Първата публикация на Тагамлицки, в която той по същество има работа с неразложимост, е статията му „Функции, които удовлетворяват известни неравенства върху реалната ос" (Год. Соф. унив., Физ.-мат. фак., 42, 1945/46, кн. 1, 239—256). Основният резултат на тази статия е посочен в първото ѝ изречение:

В настоящата работа ние установяваме, че освен функциите $f(x)=Ce^x$ няма други, които при всяко цяло неотрицателно k за всяко x наляво от някоя фиксирана точка от реалната ос удовлетворяват неравенствата $\left|\frac{d^k f(x)}{dx^k}\right| \leq Ae^k$.

Тук се допуска функцията f да приема комплексни стойности, но ако се ограничим със случая, когато нейните стойности са реални, изказаният резултат всъщност означава неразложимостта на функцията e^x в конуса на реалните функции, които са дефинирани и безбройно много пъти диференцируеми вляво от дадена точка от реалната ос и всичките им производни са неотрицателни. Към намереното свойство на показателната функция Тагамлицки се връща няколкократно и в други свои публикации, като дава нови негови доказателства и уточнения (при тяхното изброяване не ще правим разлика между твърдението, което беше приведено по-горе, и очевидно еквивалентни на него твърдения, отнасящи се например за функции, дефинирани вдясно от фиксирана точка на реалната ос или съдържащи някакъв числов множител пред аргумента x на показателната функция). Това той прави в статиите си „Sur les suites verifiant certaines inegalités“ (*C. R. Acad. Sci., Paris*, 223, 1946, 940—942), „Върху редици, които удовлетворяват някои неравенства“ (*Год. Соф. унив., Физ.-мат. фак.,* 43, 1946/47, кн. 1, 193—237), „Sur une proprieté de la fonction exponentielle“ (*Доклади БАН*, 1, № 1, 1948, 33—34)*, „Върху геометрията на конусите в Хилбертовите пространства“ (*Год. Соф. унив., Физ.-мат. фак.,* 47 1950/51—1951 /52, кн. 1, ч. 2, 85—107). Задача с упътване, в която се иска да се докаже това свойство, е включена и в общите задачи в края на главата *„Диференциално смятане на функции на една реална променлива“* от учебника на Тагамлицки по диференциално и интегрално смятане.

Аналог на резултата, за който ставаше дума досега, но с разглеждане на редица от числа вместо функции и на крайни разлики вместо производни, Тагамлицки дава във вече споменатата си статия „Върху редици, които удовлетворяват някои неравенства“. Тук той доказва:

Ако за всички неотрицателни цели стойности на ν редицата от ν-тите крайни разлики на една дадена редица $a_0, a_1, a_2, \ldots$ от комплексни числа се мажорира по абсолютна стойност от съответната редица от крайни разлики на една дадена геометрична прогресия с положителни членове и с частно между 0 и 1, то редицата $a_0, a_1, a_2, \ldots$ е геометрична прогресия със същото частно.

Изтълкуването на този резултат (за случая, когато числата $a_0, a_1, a_2, \ldots$ са реални) в духа на казаното за резултата за показателната функция ще даде твърдение за неразложимост на геометричните прогресии с положителни членове и с частно между 0 и 1 в един определен конус.

Самият Тагамлицки в цитираните дотук статии, с изключение на последната, не дава такива тълкувания, макар че по всяка вероятност те вече са били в съзнанието му. Всъщност те не биха и добавили нищо ново към фактически получените резултати, а стилът на Тагамлицки не допуска самоцелното въвеждане на понятия, които не се използват по същество. Той не дава подобни коментари и в някои други свои работи, излезли от печат през 1947 г., за които скоро след това ще стане ясно, че в тях става дума за развиване в редове по неразложими елементи или за интегрални представяния с помощта на неразложими елементи. Тук ще приведем само главния резултат на първата от тях — статията „Об абсолютно сходящнхся рядах Дирихле“ (*Доклады АН СССР,* 57, № 9, 1947, 875—878). Той е следният:

*Български превод на тази статия е поместен в сборника „Ярослав Тагамлицки — учен и учител“, София, 1986, 103—105.

Нека $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \ldots$ е крайна или безкрайна растяща редица от положителни числа и нека функцията $f(x)$ е дефинирана и безбройно много пъти диференцируема при $x > a$. За да може да се развие тази функция в абсолютно сходящ ред от вида $\sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu e^{-\lambda_\nu x}$ е необходимо и достатъчно да съществува функция $g(x)$, която е дефинирана при $x > a$, допуска представяне в ред от същия вид с неотрицателни коефициенти , и е такава, че за всяко $x > a$ са изпълнени неравенствата

$$|f^{(k)}(x)| \le (-1)^k g^{(k)}(x),\ k = 0,1,2,\ldots$$

Първата публикация на Тагамлицки, където неразложимостта се въвежда явно, е статията му „Изследване на елна класа от фукции“ (*Год. Соф. унив., Природо мат. фак.,* 44, 1947—48, кн. 1, 317—356). Тук той разглежда съвкупността $K(a)$ на функциите $f(x)$, които са дефинирани и безбройно много пъти диференцируеми при $x > a$ и удовлетворяват условието:

$$\lim_{x\to\infty} x^k f^{(k)}(x) = 0,\ k = 0,1,2,\ldots$$

Очевидно тази съвкупност от функции е линейно пространство. Една нейна подсъвкупност, която играе основна роля в тази работа на Тагамлицки — това е съвкупността на онези функции $f(x)$, които са дефинирани и безбройно много пъти диференцируеми при $x > a$ и удовлетворяват условията:

$$(-1)^k f^{(k)}(x) \ge 0,\ k = 0,1,2,\ldots;$$
$$\lim_{x\to 0} f(x) = 0.$$

Да отбележим, че функциите, които удовлетворяват първото от тези две условия са изучаваните от съветския математик С. Бернщейн регулярно монотонни функции. Функциите от споменатата подсъвкупност на $K(a)$ Тагамлицки нарича положително дефинитни и с тяхна помощ дефинира частично нареждане в $K(a)$, като се условя да счита, че функцията f_2 мажорира функцията f_1 точно когато разликата $f_2 - f_1$ е положително дефинитна. Той установява важния резултат, че всяка подсъвкупност на $K(a)$, която има поне една мажоранта, притежава и най-малка мажоранта. За произволно частично наредено линейно пространство, което има такива свойства, Тагамлицки въвежда понятието неразложимост чрез дефиницията на понятието прост вектор. Тя е следната: *прости вектори на пространството се наричат онези ненулеви положително дефинитни негови елементи, които са колинеарни с всички свои положително дефинитни мажоранти* (в терминологията на работите на Тагамлицки след 1950 г. простите вектори са всъщност неразложимите елементи на конуса на положително дефинитните елементи). От резултата на Тагамлицки за показателната функция, за който говорихме по-напред, е ясно, че функциите от вида $e^{-\lambda x}$ където $\lambda>0$, са прости вектори на пространството $K(a)$. Като използва това обстоятелство и установените свойства на частичното нареждане в $K(a)$, Тагамлицки успява да обобщи изказания преди малко резултат относно развиваемостта в абсолютно сходящ ред на Дирихле, като за редицата $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$ сега се предполага само че е крайна или безкрайна редица от различни помежду си положителни числа.

Току-що споменатото обобщение се доказва с разсъждения, които могат да се проведат в произволно частично наредено линейно пространство, имащо отбелязаните свойства на пространството $K(a)$. При такива предположения въпросните разглеждания са изложени в статията на Тагамлицки „Върху някои приложения на общата теория на линейните пространства с частично нареждане" (*Год. Соф, унив., Природо-мат. фак.,* 45, 1948/49, кн. 1, 263—286). В тази статия се разглежда като пример и частично наредено линейно пространство R^*, което е в известно отношение по-общо от пространството $K(a)$ и е свързано с интерполационните задачи на Абел и Гончаров. Това пространство се строи по следния начин: неговите елементи са функциите, които са дефинирани, безбройно много пъти диференцируемн и ограничени в един даден интервал, в който е избрана монотонно растяща редица от числа $x_0, x_1, x_2 \ldots$, клоняща към десния край на интервала (допуска се не само този край, но и членовете на редицата да бътат равни на $+\infty$); една функция f от R^* се счита положително дефинитна, когато за всяко неотрицателно цяло k и за всички стойности на x от дадения интервал, които са вляво от x_k е изпълнено неравенството $(-1)^k f(x) \geq 0$. На интерполационната задача на Абел отговаря случаят, когато редицата $x_0, x_1, x_2 \ldots$, е аритметична прогресия. Тагамлицки отбелязва, че полиномите на Гончаров са прости вектори на пространството R^*, но може да се случи в него да има и други прости вектори, и прилага установения преди това общ резултат, за да получи необходимо и достатъчно условие за развиваемост в ред по произволна редица от прости вектори на R^*. Статията завършва с едно приложение на полученото необходимо и достатъчно условие за доказателство на теоремата на Бернщейн за аналитичност на регулярно монотонните функции в краен интервал (a, b) и със забележката, че в частично нареденото линейно пространство, което се използва при това приложение, прости вектори са точно полиномите $A(b-x)^n$, където $A > 0$, и че това е един от малкото примери, в които е известно пълното решение на важната задача за намиране на всички прости вектори.

Въведеното от Тагамлицки понятие прост вектор и близки до него понятия всъщност са изучавани преди това и от други математици, но Тагамлицки научава за изследванията им едва след няколко години и цитира съответни техни публикации в някои свои статии, появили се през 1952 и 1951 г. Без съмнение състоянието на българската математика през този период, за което споменахме в началото на настоящата статия, е основната причина за трудностите от библиографски характер, които тогава често възникват пред твореца новатор Тагамлицки. Това личи и от системно проявяваната от него в същото време дълбока ерудиция по отношение на изследванията в по-традиционните области на анализа. Добре е да отбележим, че по-пълното запознаване след известно време с постигнатото по света в областта на функционалния анализ показва оригиналността и значимостта на преобладаващата част от резултатите на Тагамлицки, получени от един така самобитен път

През 1950 г. се появяват две работи на Тагамлицки, свързани с интерполационния ред на Абел. Едната от тях е кратката статия „О функциях, производные которых удовлетворяют некоторым неравенствам" (*Доклады АН СССР,* 75, № 3, 1950, 337—340), в която, без да се употребява терминът *„прост вектор"*, всъщност се доказва, че функцията $f(x) = (x_0 - x)e^{-x}$ е прост вектор в частично нареденото линейно пространство R^* от споменатата преди малко статия, при положение че редицата $x_0, x_1, x_2 \ldots$, е аритметична прогресия с разлика $x_{k+1} - x_k = 1$

Втората от тези две работи е забележителният труд “Изследвания върху Абелевия ннтерполацнонен ред“ (*Год. Соф. унив., Природо-мат. фак.,* 46, 1949/50, кн. 1, 385—443), за който през 1952 г. Тагамлицки е удостоен с Димитровска награда. Този труд е един много важен момент в научната дейност на Тагамлицки в областта на функционалния анализ, макар че всъщност трудът е посветен на въпроси от класическия анализ и те се решават със средствата на последния.

Тагамлицки отново разглежда частично нареденото пространство R^*, отговарящо на случая, когато редицата $x_0, x_1, x_2 \ldots$, е аритметична прогресия, като разликата й е дадено положително число τ (разбира се, без ограничение на общността, може да се предположи, че $\tau = 1$ както в предния труд). Първият основен резултат в труда, за който става дума сега, е намирането на всички прости вектори на разглежданото частично наредено пространство. Доказва се, че

това са функциите, които могат да се получат чрез умножаване с положителна константа от някой от полиномите на Абел.

$$\frac{1}{n!}(x_0 - x)(x_n - x)^{n-1}, \ n = 0,1,2,\ldots$$

или от някоя от функциите

$$(x_0 - x)e^{\frac{1}{\tau}(x_0 - x)},$$

$$e^{\lambda(x_0 - x)} - e^{\mu(x_0 - x)}, \ 0 < \mu < \lambda, \ \mu e^{-\mu\tau} = \lambda e^{-\lambda\tau}.$$

Вторият основен резултат е, че всяка положително дефинитна функция в разглежданото пространство може в следния смисъл да се представи като линейна комбинация с неотрицателни коефициенти на прости вектори:

функцията допуска представяне във вида

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{a_\nu}{\nu!}(x_0 - x)(x_\nu - x)^{\nu-1} + \int_0^1 R(x,t)d\alpha(t),$$

където $a_0, a_1, a_2, \ldots$ са неотрицателни числа, $\alpha(t)$ е монотонно растяща функция а функцията $R(x,t)$ се дефинира чрез равенствата

$$R(x,t) = \frac{1}{\lambda - \mu}[e^{\lambda(x_0 - x)} - e^{\mu(x_0 - x)}]$$

при $0 < t < 1$, където $\tau\lambda e^{1-\lambda\tau} = \tau\mu e^{1-\mu\tau} = t, \ 0 < \mu < \dfrac{1}{\tau} < \lambda,$

$$R(x,1) = (x_0 - x)e^{\frac{1}{\tau}(x_0 - x)}$$

(представянето е единствено, ако поискаме функцията а да бъде нормирана по подходящ начин). Тези два резултата хвърлят светлина върху едно отдавна забелязано, но недостатъчно добре осмислено дотогава явление — честите случаи на неразвиваемост на функции с добри аналитични свойства в ред по полиномите на Абел. Резултатите на Тагамлицки могат да се тълкуват като указание за това, че развиваемостта в ред по полиномите на Абел е рядък и нетипичен случай и че естествената задача тук е онази за представяне във вид на сбор от ред по полиомите на Абел и интеграла от вида $\int_0^1 R(x,t)d\alpha(t)$ (Тагамлицкн нарича такова представяне развитие в обобщен абелев ред.)

Още по-голямо е обаче значението на обстоятелството, че вторият от споменатите два основни резултата, макар и докаказан в труда със средстата на класическия анализ, всъщност е намерен с помощта на една теорема на Тагамлицкн от областта на функционалния анализ, която той публикува след няколко години и полага в основата на един индуктивен метод за доказване на свойства на някои математически обекти. На тази теорема, наречена „теорема за конусите“, сега ще се спрем по-подробно.

Теоремата за конусите се появява последователно в два варианта, вторият от които е обобщение на първия. Съответните публикации са „Върху геометрията на конусите в хилбертовите пространства“ (цитиран по горе, когато говорихме за неразложимостга на показателната функция) и „Върху едно обобщение на понятието неразложимост“ (*Год. Соф. унив.. Физ.-мат. фак.,* 48, 1953/54, кн. 1, ч. I, 69—85)*. Ще приведем (с някои несъществени изменения) формулировката на втория вариант. За целта най-напред ще дадем нужните дефиниции.

Конус (по-точният термин е *„изпъкнал конус“*) в едно линейно пространство наричаме непразно подмножество, което е затворено спрямо умножението с неотрицателни константи и спрямо събирането. *Норма* в един конус K наричаме всяка неотрицателна реална функция P, която е дефинирана за неговите елементи, анулира се само за нулевия елемент на пространството и удовлетворява условията: а) $P(\lambda a)=\lambda P(a)$ за всяко неотрицателно λ и всяко a от K, б) $P(b+c) \leq P(b) + P(c)$ при всеки избор на b и c в K (нормата P се нарича линейна, ако в горното неравенство винаги е налице равенство). Един елемент a на конуса K наричаме негов *неразложим елемент* спрямо нормата P. ако $a \neq 0$ и равенствата

$$a=b+c,\ \ P(a)=P(b)+P(c)$$

където b и c са елементи на K, могат да бъдат едновременно изпълнени само в случай че b и c са колинеарнн с a (когато нормата P е линейна, елементите на K, които са неразложими относно P, се наричат неразложимя елементи на K) *Координатна система* в едно линейно пространство наричаме крайна или изброима редица от линейни функционали, които се анулират едновременно само за нулевия елемент на пространството; стойността на i-тия от тези фуакционали за даден елемент на пространството се нарича i-та координата на елемента относно тази системз. За една редица от елементи на пространството се счита, че *клони към даден елемент* a относно дадена координатна система, ако за всяко i редицата от i-тите координати на членовете на тази редица клони към i-тата координата на a. Един конус K се нарича *компактен* относно дадена норма P в него и дадена координатна система, ако от всяка редица от елементи на множеството $\{x : x \in K, P(x) \leq 1\}$ може да се избере подредица, която клони към някой елемент на същото множество относно координатната система.

При тъй въведената терминология вторият вариант на теоремата за конусите може да се изкаже по следния начин:

* Втората от тези две статии е препечатана в сборника „Ярослав Тагамлицки — учен и учител“, София, 1986, 109–127

Нека в едно линейно пространство са дадени координатна система н конуси K и L със съответни норми P и Q в тях, като L се съдържа в K и всеки от двата конуса е компактен относно съответната норма и дадената координатна система. Ако всички неразложими елементи a на K принадлежат на L и удовлетворяват неравенството $P(a) \geq Q(a)$, то конусите K и L съвпадат, а неравенството $P(a) \geq Q(a)$ е изпълнено за всяко a от K.

Най-характерният момент в тази теорема е това, че някакви свойства (принадлежността към L, неравенството между стойностите на P и Q) се оказват налице за всички елементи на конуса K, ако тези свойства са налице за неговите не- разложнми елементи относно P. Това именно дава и един общ метод за доказване на свойствата на елементите на K Методът може да бъде наречен индуктивен, защото при него установяването на едно свойство за всички елементи на K се основава на установяването на това свойство за един специален вид елементи на K (неразложимите относно P) и на установяването на определени свойства (затвореност относно умножение с неотрицателни константи и относно събиране, компактност) на подходяща подсъвкупност L на K. Може да се направи аналогия с индуктивното доказване на свойствата на целите положителни числа — доказването на дадено свойство се основава на установяването му за числото 1 и на установяване, че съвкупността на целите положителни числа с въпросното свойство е затворена относно прибавяне на единица.

Тагамлицки и неговите ученици и сътрудници дават многобройни приложения на споменатия метод към въпроси на класическия математически анализ. Средище на тази интензивна и плодотворна научна дейност става ръководеният от проф. Тагамлицки научен кръжок към катедрата по диференциално и интегрално смятане. В този кръжок са се оформили като научни работници много от математиците, които днес водят активна изследователска и преподавателска дейност. Една равносметка на това, което е било постигнато до 1956 г. чрез прилагане на разработения метод, се съдържа в доклада на Тагамлицки *„Неразложимите елементи и техните приложения“*, изнесен от проведената тогава от БАН Българска математическа сесия (нека отбележим, че 1956 г. е приблизително към средата на периода на най-активно прилагане на теоремата за конусите, а споменатата сесия, в която участваха и редица чуждестранни учени, по същество беше първият конгрес на българските математици). Ще приведем съответен цитат от резюмето на доклада, съдържащо се в издадената от БАН книжка *„Краткое содержание секционных докладов Болгарской математической сессии. София, 27.VIII—3.1X.1956“* (преводът на цитата на български е наш)*. След като формулира втория вариант на теоремата за конусите, Тагамлицки пише:

„Приложенията ще разпределим по следния начин:

1. Доказателства на известни теореми.

С помощта на теоремата за конусите еднотипно се доказват следните теореми, при което общата им природа се показва в нова светлина; теоремата на Ф. Рис за линейните функционааи в $C[a,b]$ с уточнението й, отнасящо се до позитивните функционали; общата теорема на Хаусдорф за моментите с уточнението й за случая на позитивни моменти; теоремите на Хомбургер и Стилтес за моментите; теоремата на Ф. Рис за моментите; теоремата на Бохнер за интегралите на Фурие и теоремата на Крамер; теоремата на Блашки-Пик за изпъкналите функции и нейните обобщения за изпъкналост от произволен ред; теоремата на Бернщейн за абсолютно монотонните функции в краен интервал, теоремата му за абсолютно монотонните функции в безкраен интервал и обобщението й от Уидер.

* Пълният текст на резюмето (преведен на български от Т. Генчев) може да бъде намерен и в сборника „Ярослав Тагамлицкн — учен и учител“ София, 1986, 106—108.

2. Теореми, открити с помощта на теоремата за конусите, за които са дадени и непосредствени доказателства.

Една теорема за разложимост на определен клас функции в обобщен абелев ред (*Я. Тагамлицки, Годишник на Соф. университет*, 46, 1949/50, 385—442), една теорема за интерполационния ред на Нютон с неотрицателни коефициенти (*Я. Тагамлицки, Доклады АН СССР,* 87, 1952, 183—186) теоремата на Д. Добрев за полунормите в равнината.

3. Теореми, открити с помощта на теоремата за конусите, за които други доказателства засега не са известни.

Една теорема за абсолютно сходящнте редове на Гончаров, ннтерполационнннте възли на които монотонно растат, една теорема на Бл. Сендов за регулярно монотонните функции (*Бл. Сендов, Доклады АН СССР,* 110, 1956).“

След това Тагамлицки отбелязва, че всеки нормиран конус с изброима координатна система може да бъде допълнен до компактен, така че да бъдат изпълнени условията на теоремата за конусите, и че това дава възможност за един нов начин за въвеждане на понятието обобщена функция. Отбелязан е и приносът в тази насока на Ив. Тодоров*.

За да дадем известна представа за резултатите, получени до споменатата математическа сесия от ученици на Тагамлицки — членове на неговия кръжок, ще изброим заглавията на докладите с такива резултати, изнесени на сесията (подреждането е по азбучен ред на фамилните имена на авторите: *„Върху неразложимите елементи на един конус"* (Т. Генчев), *„Интегрално представяне на един клас от функции"* (Д. Добрев), *„Върху един клас регулярно монотонни функции"* (Бл. Сендов), *„Върху позитивните конуси на нормираните линейни пространства"* (Д. Скордев), *„Пространства от псевдофункции и едно тяхно приложение към теорията на линейните диференциални оператори"* (Ив. Тодоров).

Към това трябва да добавим, че в сесията участват с доклади също Д. Дойчинов, Б. Пенков и Вл. Чакалов, които излагат свои резултати, получени след завършване на следването им, но като студенти са били членове на кръжока. Измежду хората, които не са споменати тук, но през следващите няколко години след сесията са дали приноси по тематиката, разработвана от Тагамлицки, трябва да споменем Ив. Проданов, Н. Хаджииванов и Д. Шопова.

От описанието на индуктивния метод на Тагамлицки е ясно, че за успешното му прилагане е нужно да умеем да доказваме, че неразложимите елементи имат интересуващите ни свойства. Тагамлицки разработи метод, който позволява решаването на тази задача в много случаи.

---

*Резултатите на Тагамлицки в областта на теорията па обобщените функции са отразени в следните негови статии, последната от които е съвместна с Д. Дойчинов: „Допълване на конуси и приложение към проблемата за обобщение на понятието функция“ (I, *Годишник на Софийския университет, Физ.-мат. факултет,* 49, 1954/55, кн. 1, ч. 1, 23—48; II. *ibid.,* 49, 1954/55, кн. I, ч. 2, 41—54; III, *ibid.,* 50, 1955/56, кн. 1, ч. 1, 135—163) и „Изследване на една класа обобщени функции'' (*Годишник на Соф. университет, Физ.-мат. факултет*, 52, 1957/58, кн. 1, 23—95).

Методът се състои в използването на тъй наречените разлагащи оператори. Ако K е конус с норма P, то разлагащ оператор в K относно P наричаме всяко изображение F на K в K, което има свойството, че за всяко a от K разликата $a—F(a)$ принадлежи на K и е изиьлнено равенството $P(a)=P(F(a))+P(a—F(a))$ (когато нормата P е линейна, това равенство, разбира се, следва от обстоятелството, че $F(a)$ и $a—F(a)$ принадлежат на K; в този случай казваме просто, че F е разлагащ оператор в K. Очевидно, ако F е разлагащ оператор в K относно P, то за всеки неразложим елемент a на K относно P ще бъде изпълнено равенство от вида $F(a)=\lambda a$, където λ е подходящо число от интервала [0, 1]. Тази забележка в редица случаи дава възможност да се докаже, че неразложимиге елементи имат желаните свойства. Ще илюстрираме това с един пример.

Той е взет от работата на Тагамлицки „Върху геометрията на конусите в Хилбертовите пространства“. В него с помощта на теоремата за конусите се доказва теоремата на Бернщейн за регулярно монотонните функции в безкраен интервал. За целта се разглежда конусът $B(0,\infty)$ на функциите $f(x)$, които са дефинирани при $x\geq 0$, безбройно много пъти са диференцируеми при $x>0$ и удовлетворяват неравенствата:

$$f(0)\geq f(x), x\geq 0,$$
$$(-1)^k f^{(k)}(x)\geq 0,\ \ x\geq 0,\ \ k=0,1,2,...$$

Целта е да се докаже, че всяка такава функция може да се представи във вида

$$f(x)=\int_0^\infty e^{-xt}d\alpha(t)$$

където функцията $\alpha(t)$ е дефинирана (като приема само крайни стойности) и монотонно растяща при $0\leq t\leq\infty$ и освен това $e^{-x\infty}$ се тълкува като $\lim\limits_{t\to\infty} e^{-xt}$.

За да докажем, че неразложимите елементи на $B(0,\infty)$ допускат горното интегрално представяне, достатъчно е да установим, че всеки неразложим елемент на $B(0,\infty)$ е функция на x от вида Ae^{-xt}, където $A>0,\ 0\leq t\leq\infty$. Нека s е произволно неотрицателно число. За всяка функция f от $B(0,\infty)$ да означим с $F_s(f)$ функцията g, дефинирана с равенството $g(x)=f(x+s)$. Тогава лесно се проверява, че изображението F_s е разлагащ оператор в $B(0,\infty)$. Нека сега f е неразложим елемент на $B(0,\infty)$. Според бележката, която беше направена преди малко, $F_s(f)=\lambda f$ за някое λ от интервала $[0,1]$. Равенството $F_s(f)=\lambda f$ означава, че $f(x+s)=\lambda f(x)$ за всички неотрицателни стойности на x. В частност $f(s)=\lambda f(0)$. Оттук следва, че за всички неотрицателни стойности на x е валидно равенството $f(x+s)f(0)=f(x)\ f(s)$. Тъй като неотрицателното число s може да се избира произволно, фактически това равенство ще бъде изпълнено за всички неотрицателни стойности на x и s. Очевидно $f(0)>0$. Ако $f(x)\neq 0$ поне за едно положително x, от доказаното тъждество за f и непрекъснатостта на $f(x)$ при $x>0$ следва, че $f(x)=f(0)b^x$, където b е положителна константа. Тъй като при $x>0$ трябва да бъде изпълнено и неравенството $f'(x)\leq 0$, числото b не може да бъде по голямо от 1, тъй че $b=e^{-t}$, където t е подходящо неотрицателно число, и значи $f(x)=f(0)e^{-xt}$. Ако пък $f(x)=0$ за всяко положително x, то очевидно $f(x)=\ f(0)$. С това е доказано, че във всички случаи неразложимият елемент f има желания вид.

Тагамлицки забеляза, че разлагащите оператори и особено онези измежду тях, които са линейни (каквито са например операторите F_s от горния пример), заслужават изучаване и независимо от използването им за изследване на неразложимите елементи. По-специално той отбеляза някои хубави следствия от срещаното в редица примери обстоятелство, че неразложимите елементи се разделят с помощта па такива оператори в следния смисъл: за всеки два неколинеарни неразложими елемента съществува такъв непрекъснат линеен разлагащ оператор, че числата λ, които съответстват на двата неразложими елемента, да бъдат различни. Един негов резултат от такъв характер е формулиран в резюмето „О топологической индукции“ (*Труды междунар. симпоз. по топологии и ее применениям, Херцег-Нови,* 25—31.8.1968, Югославия, Београд, 1969, 308—309). По същество към тази тема се връща Тагамлицки и в една от последните си публикации — статията „A boundary value problem in linear spaces“ (*Доклады БАН,* 29, №3, 1976, 307—309). Под влиянието на своя учител проф. Тагамлицки пишещият тези редове също се е занимавал с изследване на съвкупността на линейните разлагащи оператори.

Благодарение на участието на чуждестранни математици в научната сесия през 1956 г. повече хора в чужбина узнават за разработения от Тагамлицки метод. Сред тези, които тогава научават за този метод, е например френският математик Г. Шоке, който предлага на Тагамлицки да публикува във Франция по-систематично изложение на получените резултати. Издателството *Deutscher Verlag der Wissenschaften* в ГДР води преговори с Тагамлицки за отпечатване на негова монография върху тези резултати. Тагамлицки по принцип приема направените предложения и започва да обмисля плана на такива трудове, но за голямо съжаление не стига до фактическото им написване. Една от причините, които го карат да не бърза с написването, е продължаващото интензивно появяване на нови резултати, получени от него и учениците му. Има обаче и друга причина, на която сега ще се спрем.

Както вече споменахме, Тагамлицки започва своите изследвания върху неразложимостта, знаейки твърде малко за предшествениците си в тази насока. С течение на времето неговите сведения по този въпрос стават достатъчно пълни и в един момент (по наши спомени през 1957 г.) той разбира, че неговата теорема за конусите може да се получи като следствие от една теорема на съветските математици Крейн и Милман, публикувана в списанието *Studia Mathematica* през 1940 г. Строго казано, получаването на теоремата на Тагамлицки от теоремата на Крейн и Милман е възможно само ако не обръщаме внимание на логическата тънкост, че теоремата на Тагамлицки, за разлика от теоремата на Крейн и Милман, се доказва без съществено използване на аксиомата за избора. На практика обаче повечето математици не обръщат голямо внимание на тънкости от този род. Разбира се, основното в научната дейност на Тагамлицки, за която говорихме дотук, е разработването и прилагането на индуктивен метод, основан на неговата теорема за конусите. Научната стойност на това основно съдържание на дейността му не зависи от начина, по който е установена въпросната теорема — дали чрез директно доказателство или с помощта на теоремата на Крейн и Милман (във втория случай приложенията на теоремата за конусите могат да се разглеждат и като приложения на теоремата на Крейн и Милман). Независимо от това Тагамлицки преценява, че е желателно едно по-нататъшно обмисляне на постигнатото и по-нататъшното му разширяване и задълбочаване, преди да се пристъпи към монографичното му излагане.

Тези високи изисквания иа Тагамлицки към качеството на неговата собствена дейност заслужават дълбоко уважение и възхищение, но същевременно можем също така дълбоко да съжаляваме, че нашата и световната математическа литература не получиха очакваната изключително съдържателна и интересна книга. При това въпросът за написването на монография на Тагамлицки върху неговите изследвания възниква още веднаж през 1962 г., когато той получава покана от американското издателство *Van Nostrand,* инспирирана от препоръка на известния математик М. Стоун. Тагамлицки отново обмисля плана на бъдещата книга и от това време в архнвата му е останала анотация на монография под заглавие *„Индуктивни методи във функционалния анализ и техните приложения“*. Уви, самата книга отново остана ненаписана. За това може би допринесе и обстоятелството, че през 1963 г. Тагамлицки доказва едно обобщение на теоремата на Крейн и Милман, отнасящо се за произволни топологични пространства, и поради това се налага основно преразглеждане на плана, който е обмислил. Но и изобщо публикациите на Тагамлицки след 1962 г. са сравнително малко на брой*, в несъответствие с активно продължаващата му и многостранна изследователска дейност. Както изглежда, през този период публикуването на получените резултати бе оставено на зададен план вследствие на един изключителен стремеж към съвършенство на направеното и на една неутолима любознателност, която над всичко в научната дейност поставя непрестанното овладяване със силата на разума на все по-широки духовни хоризочти.

Да се върнем обаче към периода преди 1963 г., за който още не сме казали всичко съществено. Преди всичко ще отбележим, че понятието неразложимост в описания по-напред смисъл се използва в още няколко статии на Тагамлицки, излезли от печат през този период, но неспоменати дотук. Такива са: „Изследване на вектори, които са неразложими относно някои конуси“ (*Известия на Матем. институт на БАН*, 1, 1953, кн. 1, 57—68), „Върху една категория интерполационни редове на Гончаров и свързаните с тях пространства и конуси“ (*Известия на Матем. институт на БАН,* 2, 1957, кн. 2, 163—179) и „Върху неразложимите елементи на някои конуси от аналитични функции“ (*Известия на Матем. институт на БАН,* 6, 1962, 51—60). В последнзта от тези статии се дава ново доказателство на теоремата на Риман за конформно изображение, като се доказва, че неразложимите елементи на подходящ конус от аналитични функции осъществяват конформно изображение на отнапред дадена просто свързана област в комплексната равнина върху полуравнината вдясно от ординатната ос**.

Във функционалния анализ важна роля играят някои теореми за отделимост на изпъкнали множества. Тагамлицки отрано проявява интерес към резултати от този вид и две негови статии — публикувани през 1951 и 1952 г.— са посветени на такива въпроси. През 1962 г. той доказва едно обобщение на основните теореми за отделимост, при което вместо за множества в линейни пространства става дума за множества в тъй наречените абелеви асоциативни пространства. С термина *„абелево асоциативно пространство“* Тагамлицки нарича произволно множество, в което на всеки два негови елемента е съпоставено подмножество, наречено *„отсечка, определена от тези елементи“,* така че да бъдат изпълнени някои аксиоми с ясен геометричен смисъл.

---

* Вж. библиографията на трудовете на Я. Тагамлицки, поместена в сборника “Ярослав Тагамлицки — учен и учител”, София, 1986, 267—269.

** Това доказателство може да бъде намерено и в сборника “Ярослав Тагамлицки — учен и учител”, София, 1986, 128—133, където първата част на статията е препечатана под заглавие *“Ново доказателство на теоремата на Риман за конформно изображение“*.

Едно множество в такова пространство се нарича изпъкнало, ако заедно с всеки два свои елемента съдържа и определената от тях отсечка. Множество, което заедно със своето допълнение е непразно и изпъкнало, се нарича *полупространство*. Тагамлицкн намира условията, при които е в сила следният принцип за отделимост: за всеки две непресичащи се непразни изпъкнали множества съществува полупространство, което съдържа първото от тези множества и няма общи точки с второто. Резултатите са публикувани в статията „Върху принципа за отделимост в абелевите асоциативни пространства" (*Известия на Матем. институт на БАН*, 7, 1963, 169—183). Изследванията на Тагамлицки в това направление бяха продължени от негови ученик Ив. Проданов.

Наличието на теорема за отделимост за широк клас от абелеви асоциативни пространства беше естествен повод да се потърси обобщение на теоремата на Крейн и Милман за такива пространства, тъй като най-характерните неща в нея се формулират с помощта на понятието *отсечка*. Тагамлицки даде такова обобщение, което след това усъвършенства до такава степен, че абелевите асоциативни пространства не бяха повече необходими за формулировката на обобщението. Един първи вариант на такава очистена форма на обобщението е даден в кратката бележка на Тагамлицки „О методе крайних точек“ (*Studia Mathematica*, Ser. spec, 1963, No 1, 129—130). По-окончателен вариант, който не след дълго беше получен от Тагамлицки, е публикуван значително по-късно — в резюмето „О топологической индукции“ (цитирано, когато говорехме за разлагащите оператори) и в статията „L’induction topologique“ (*Semin. Choquet*, Fac. Sci., Paris, 10, 1970/71, No 1, 1/01—1/07). Теоремата, която доказва Тагамлицки, подобно на теоремата на Крейн и Милман позволява при известни условия да заключим, че едно множество съдържа друго, ако съдържа някои специални негови елементи. Ще приведем една достатъчно обща (макар и не най-общата възможна) формулировка на тази теорема.

Предполага се, че е дадено едно топологично пространство X и някои отворени негови подмножества са наречени изпъкнали, като единственото изискване е обединението на всяка линейно наредена относно включването съвкупност от изпъкнали отворени множества да бъде изпъкнало. Две точки от X се наричат *еквивалентни*, ако всяко изпъкнало отворено множество, което съдържа едната от тях, съдържа и другата. Едно непразно подмножество S на X се нарича разлагане на даден елемент a от X тогава, когато всяко изпъкнало отворено множество, пресичащо S и несъдържащо a, може да се разшири до изпъкнало отворено множество, съдържащо a и непокриващо S. Ако M е подмножество на X, то един елемент a на множеството M се нарича негов неразложим елемент, когато всяко разлагане на a, съставено от елементи на M, се състои само от точки, еквивалентни на a. При изказаните предположения и въведената терминология може да се твърди следното:

Всеки път, когато едно изпъкнало отворено множество съдържа неразложимите елементи на дадено компактно подмножество M на X, то съдържа цялото M.

За да получим теоремата на Крейн и Милман от разглежданата обща теорема на Тагамлицки, постъпваме по следния начин:

Работейки в локално изпъкнало линейно пространство X, на термина *„изпъкнало отворено множество"* придаваме обичайния смисъл, проверяваме, че ако една точка a е вътрешна за дадена отсечка с краища b и c, то множеството на двете точки b и c е разлагане на a в смисъла на дадената по-горе дефиниция и оттук заключаваме, че всички елементи на едно изпъкнало множество M, които са негови неразложими елементи в смисъла на Минковски, ще бъдат и екстремни елементи на M (използваме още, че всяко затворено изпъкнало множество е сечение на съдържащите го отворени изпъкнали множества).

За да имаме пример, в който терминът *„изпъкнало отворено множество"* има смисъл, различен от обичайния, нека в качеството на X вземем равнината с нейната естествена топология и да наречем *„изпъкнали"* онези нейни отворени подмножества, които са *просто свързани*. Тогава поставеното изискване във връзка с понятието изпъкнало отворено множество е изпълнено, следователно можем да говорим за неразложими елементи и да прилагамі теоремата на Тагамлицки. Лесно се доказва, че всяка окръжност е разлагане на своя център, поради което неразложимнте елементи на едно множество в смисъла на Тагамлицки ще се окажат в случая контурни точки на това множество. Заключението, което можем да получим оттук въз основа на теоремата на Тагамлицки, е следното: ако едно просто свързано отворено множество в равнината съдържа контура на дадено компактно множество от точки M, то съдържа цялото M.

Разбира се, Тагамлицки търсеше по-съдържателни нови примери за прилагане на получената от него обща теорема. Такива примери той е излагал нееднократно на лекциите си по функционален анализ. Публикуван е обаче само един от тях, при който се получава едно твърдение в духа на тъй наречения принцип за максимума на Бауер, приложимо и в някои случаи, когато последният не е приложим. Този резултат се излага в статията на Тагамлицки „Sur !e principe du maximum" (*Mathematical Structures, Computational Mathematics, Mathematical Modelling*. Sofia, 1975, 471—477).

Математическите интереси на проф. Тагамлицки далеч не се изчерпваха с въпросите на функционалния анализ. Измежду другите негови резултати особено внимание заслужава даденото от него широко обобщение на известната теорема на Тихонов за компактност на топологични произведения. Това обобщение, което получи наименованието „диагонален принцип", представлява едно твърдение за възможността при твърде общи предположения от някои обобщени редици от функции да се избират сходящи обобщени подредици, като при това и сходимостта може да се разбира в достатъчно общ смисъл и съвсем не е задължена да представлява топологическа сходимост. За да формулираме диагоналния принцип на Тагамлицки, освен дефинициите на понятията обобщена редица и обобщена подредица на такава редица, е нужна само още следната дефиниция: един клас от обобщени редици се нарича устойчив, ако всяка обобщена подредица на обобщена редица от този клас също принадлежи на него (като пример за устойчив клас можем да посочим класа на сходящите обобщени редици от елементи на дадено топслогично пространство). Ето как може да бъде изказан споменатият диагонален принцип:

Нека на всеки елемент t на дадено множество T е съпоставен устойчив клас Σ_t от обобщени редици и нека $\{f_\alpha\}_{\alpha\in\mathrm{A}}$ е обобщена редица от функции, дефинирани в T и имащи произволни стойности. Ако за всяко t от T от всяка подредица на обобщената редица $\{f_\alpha(t)\}_{\alpha\in\mathrm{A}}$ може да се избере подредица, която принадлежи на Σ_t, то съществува такава обобщена подредица $\{f_{\alpha_\delta}\}_{\delta\in\Delta}$ на дадената обобщена редица, че за всяко t от T обобщената редица $\{f_{\alpha_\delta}(t)\}_{\delta\in\Delta}, \delta\geq\delta_t$, да принадлежи на Σ_t при подходящ избор на елемента δ_t на Δ (δ_t в общия случай зависи от t, докато обобщената подредица $\{f_{\alpha_\delta}\}_{\delta\in\Delta}$ се строи независимо от избора на t).

Теоремата на Тихонов отговаря на специалния случай на това общо твърдение, в който всеки от класовете Σ_t се състои от сходящите обобщени редици от елементи на дадено компактно топологическо пространство K_t. Преформулиране и доказателство на теоремата на Тихонов в този дух са дадени от Тагамлицки още преди 1960г., но общият диагонален принцип във формата, в която го изказахме преди малко, беше получен по-късно.

През 1970 г. Тагамлицки разработва и нови подходи към теорията на многообразията и към някои математически въпроси от теоретичната физика.

За съжаление, както казахме по-рано, през последните две десетилетия от живота си Тагамлицки публикува свои работи значително по-рядко, отколкото преди това въпреки продължаващата негова висока научна активност. Резултатите му върху топологичната индукция са публикувани само частично, за резултати от изследванията му върху диагоналния принцип и теорията на многообразията не става дума другаде освен в едно негово резюме и в една статия с педагогическа насоченост, а заниманията си с въпроси от теоретичната физика той не е отразил в никаква публикация. Вярно е, че много от резултатите на проф. Тагамлицки претърпяваха (както той понякога казваше) “устна публикация" в неговите лекции или в разговори с учениците и сътрудниците му. Напоследък обаче той обикновено се ограничаваше с този род „публикации", а те не дават голяма гаранция за съхранението и разпространението на получените резултати (поне при тези условия, при които протичаше дейността на Тагамлицки, след като много от неговите ученици и сътрудници поеха свои отделни пътища в науката). Положението се усложнява оде повече от нетривиалния, новаторски и нестандартен характер на научното творчество на Тагамлицки — понякога беше нужно повече време за истинското разбиране на излаганите неща, а дотогава те можеха да бъдат забравени. Все пак освен тези неблагоприятни обстоятелства имаше и едно благоприятно, което в значителна степен им противодействаше. Това беше необикновеното педагогическо майсторство на проф. Тагамлицки и умението му да излага същината на нещата, очистена от излишни добавки, дължащи се на предразсъдъци и консерватизъм или пък на недостатъчно обмисляне и повърхностно отношение. Все пак трябва да признаем, че задачата за цялостното издирване и възстановяване на постигнатото от Тагамлицки в различните области на математиката не е лесна и има опасност да не може да бъде решена докрай. Разбира се, всяко отлагане на стъпките за нейното решаване само ще я отежни. Ето защо дълг е на всички, които могат да допринесат за съхранението и публикуването на застрашените от забрава и унищожение части на математическото творчество на Тагамлицки, да положат своевременни усилия в тази насока (особено остро стои този въпрос за времето преди 1972 г., когато още не съществуваше системата на подробните годишни отчети).

Освен в областта на математиката Тагамлицки извършва систематични проучвания и по въпроси от археологията, езикознанието и медицината. Предлага нови идеи и в учението за тоналността в музиката. Казаното преди малко може да се пренесе и за тази част от научното наследство на Тагамлицки — неговите резулта ти в тези области са трудно възстановими, тъй като почти не са били излагани в негови лекции и не могат да се намерят негови подробни писмени изложения на тези резултати.

От началото на своята академична кариера до последните си дни Тагамлицки участва най-активно в процеса на обучението на студентите. Преди около 35 години разработва първия съвременен курс по диференциално и интегрално смятане в България и го преподава до края на живота си, като непрекъснато внася подобрения и усъвършенствания. Учебникът му по диференциално и интегрално смятане, който излиза в 6 издания през периода 1954/78 г., се откроява с високите си качества не само в нашата, но и в световната учебна литература. Лекциите си изнася със забележително педагогическо майсторство и полага огромни грижи, за да осигури сериозното усвояване на преподавания материал. В течение на няколко десетилетия чете и спецкурсове по различни други области на математиката, като теория на реалните функции, интегрални уравнения, комбинаторна топология, редове на Фурие, обобщени функции. Особено важно място в преподавателската дейност на Тагамлицки заемат вече споменатите негови лекции по функционален анализ, които той чете повече от четвърт век и които се различаваха твърде много от традиционните лекционни курсове по тази дисциплина (не твърдим, разбира се, че традиционни курсове по нея не са нужни).

В продължение на целия си преподавателски път в Софийския университет Ярослав Тагамлицки поддържа връзки и със средното училище. Многократно чете лекции пред ученици върху подходящи въпроси от математиката. Разработва нов метод за преподаването на основите на математическия анализ в средното училище и в течение на една учебна година лично участва в експерименталното прилагане на този метод в едно столично училище. С лекции по въпросите на преподаване то в средното училище и в университета участва и в пролетни конференции на Съюза на математиците в България.

Личността и делото на Тагамлицки оставиха дълбока и ярка следа в историята на нашата наука и нашето образование и в душата на широк кръг хора от няколко поколения. Неговите трудове по функционален анализ и приложенията му са едни от първите примери в нашата страна за онова, което обикновено, макар и малко неточно, се нарича „съвременна математика". Те са несъмнено най-яркият и съдържателен измежду тези първи примери. От друга страна (преди да се въведе разделянето на курсовете на потоци), всеки студент по математика в Софийския университет още през първите дни на следването си се срещаше с необикновения педагогически талант на Тагамлицки. Всичко това привличаше голяма част от най-добрите студенти и те под умелото ръководство на Тагамлицки получаваха прекрасна школа за научна работа. Не на последно място по важност трябва да се спомене това, че тези млади хора усвояваха високи критерии за оценка на научното творчество. Независимо от естеството на конкретната си работа повечето от тях са запазили и продължават да носят в себе си онези хубави качества и стремежи, които създаде в тях досегът с големия учен и забележителен човек професор Ярослав Тагамлицки.

Димитър Скордев