$$
(36)\quad \begin{aligned} y^{(1)} &= \operatorname{ch} x = \frac{1}{2}\,(e^x+e^{-x}),\ x \in D:[0,\ +\infty)\,(y^{(1)} \in V:[1,\ +\infty)),\\ y^{(2)} &= \operatorname{ch} x = \frac{1}{2}\,(e^x+e^{-x}),\ x \in D:(-\infty,\ 0]\,(y^{(2)} \in V:[1,+\infty)). \end{aligned}
$$

След използуване на второто от основните равенства (8), като техни обратни се получават функциите (четат се *ареакосинусхиперболичен)*

$$
(37)\quad \begin{aligned} \eta^{(1)} &= \operatorname{ar\,ch} \xi = \ln(\xi + \sqrt{\xi^2-1}),\ \xi \in V:[1+\infty)\,(\eta^{(1)} \in D:[0,+\infty)),\\ \eta^{(2)} &= \operatorname{ar\,ch} \xi = \ln(\xi - \sqrt{\xi^2-1},\ \xi \in V:[1,\ +\infty)\,(\eta^{(2)} \in D:(-\infty,0]). \end{aligned}
$$

Съответните графики $G_f^{(1)}$, $G_f^{(2)}$ и $G_\varphi^{(1)}$, $G_\varphi^{(2)}$ са изобразени на черт. 13.

Ще отбележим накрая, че е възможно да се въведат хиперболични функции и техните съответни обратни още и при тангенс и котангенс. Това обаче тук няма да извършваме.

З а д а ч а. Да се докажат равенствата

$$
\operatorname{sh}(x_1 \pm x_2) = \operatorname{sh} x_1 \operatorname{ch} x_2 \pm \operatorname{ch} x_1 \operatorname{sh} x_2,
$$
$$
\operatorname{ch}(x_1 \pm x_2) = \operatorname{ch} x_1 \operatorname{ch} x_2 \pm \operatorname{sh} x_1 \operatorname{sh} x_2.
$$

XX МЕЖДУНАРОДНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

Й. ТАБОВ | Д. СЕРАФИМОВ

От 1 до 13 юли 1978 г. в Социалистическа република Румъния — гр. Букурещ и Бущени, се проведе XX международна олимпиада по математика за средношколци до 20-годишна възраст. В нея взеха участие ученици от 17 страни: Австрия, Англия, България, Виетнам, Куба, Монголия, Полша, Румъния, САЩ, Турция, Федерална република Германия, Финландия. Франция, Холандия, Чехословакия, Швеция и Югославия. Всяка страна бе представена с по 8 ученици с изключение на Куба, която имаше четирима представители. От всяка страна имаше по двама ръководители — научен и педагогически, само отборът на Куба имаше един.

Нашите състезатели бяха подбрани чрез изпит измежду 92 кандидати — първенци от XXVII национална математическа олимпиада и след едномесечен курс с шестнадесетте най-добри от тях. Българският отбор бе в следния състав:

1. Руси Георгиев Йорданов — ученик от XI клас на Националната математическа гимназия, София;

2. Владимир Петров Костов — ученик от XI клас на Първа езикова гимназия, Варна:

3. Борис Петров Ковачев — ученик от XI клас на математическата гимназия в гр. Русе;

4. Милена Петрова Москова — ученичка от XI клас на математическата гимназия в гр. В. Търново;

5. Надежда Костадинова Рибарска — ученичка от XI клас на математическата гимназия в гр. София;

6. Тодор Стоянов Стоянов — ученик от X клас на математическата гимназия в гр. Шумен;

7. Стефан Стефанов Стойчев — ученик от XI клас на математическата гимназия в гр. Габрово;

8. Огнян Трифонов Трифонов — ученик от XI клас на математическата гимназия в гр. Варна.

Състезанията се проведоха на 6 и 7 юли в залите на Агрономическия институт „Николае Балческу", гр. Букурещ. Заседанията на Международното жури, преглеждането и координирането на писмените работи на учениците се провеждаха в училището на гр. Бушени, на 140 км от гр. Букурещ. Това бе направено така с цел ученици и ръководители да нямат контакти, за да се запази пълна тайна на задачите за състезанията.

Международното жури под председателството на академик Константин Михок подбра от представените 54 задачи 6 задачи, които бяха преведени на родните езици на участващите отбори. Работата на Международното жури протече на високо равнище при най-сериозно и отговорно отношение от страна на отделните членове и в дух на колегиалност и разбирателство.

Подбраните 6 задачи за двудневните състезания бяха с доста повишена трудност, и то от области на математиката, които в училищния курс са застъпени с малък брой часове.

За първия ден бе зададена темата:

1. Нека m и n са естествени числа такива, че $n > m \geq 1$. В десетичен запис групата от последните три цифри на числото 1978^m съвпада с групата от последните три цифри на числото 1978^n. Да се определят m и n така, че сборът $m+n$ да бъде минимален.

(Представена от Куба — 6 точки)

2. Нека P е дадена точка вътре в дадена сфера и нека A, B и C са три произволни точки върху тази сфера такива, че отсечките PA, PB и PC са взаимно перпендикулярни. Нека Q е върхът на паралелепипеда, определен от отсечките PA, PB и PC, който е диагонално противоположен на P. Да се намери множество, което описва точката Q.

(Представена от САЩ — 7 точки)

3. Множеството на всички естествени числа е обединение на две непресичащи се подмножества $\{f(1), f(2), \ldots, f(n), \ldots\}$ и $\{g(1), g(2), \ldots, g(n), \ldots\}$, *където* $f(1) < f(2) <$

$< \dots < f(n) \dots, \quad g(1) < g(2) < \dots < g(n) \dots,$ *и* $g(n) = f(f(n)) + 1$ *за всяко* $n \geq 1$. *Да се намери* $f(240)$.

(Представена от Англия — 8 точки)

Време за работа 4 часа.

За втория ден бе зададена темата:

4. *Окръжност се допира вътрешно до окръжността, описана около равнобедрения триъгълник ABC, и до равните страни AB и AC на този триъгълник съответно в точките P и Q. Да се докаже, че средата на отсечката PQ съвпада с центъра на окръжността, вписана в триъгълника ABC.*

(Представена от САЩ — 5 точки)

5. *Нека* $\{a_k\}$ $(k = 1, 2, \dots, n, \dots)$ *е редица от естествени числа, които са две по две различни помежду си. Да се докаже, че за всяко естествено n е в сила неравенството*

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{k^2} \geq \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}.$$

(Представена от Франция — 6 точки)

6. *Едно международно дружество се състои от членове, които са от 6 различни страни. Списъкът от членовете на дружеството се състои от* 1978 *фамилии, номерирани с числата* 1, 2, 3, . . ., 1978. *Да се докаже, че съществува поне един член на това дружество, чийто номер е равен на сбора от номерата на двама или на удвоения номер на един от членовете, които са от неговата страна.*

(Представена от Холандия—8 точки)

Време за работа 4 часа.

Проверката и оценката на писмените работи се извърши от ръководителите на съответните отбори с помощта на координатори от Румъния. По такъв начин се осъществи еднакъв критерий и справедливи оценки на всички задачи. Окончателните оценки на писмените работи се утвърдиха от Международното жури и председателя на олимпиадата академик К. Михок.

Официално отборно класиране не бе направено. Независимо от това обаче на ръководителите бяха представени резултатите, получени от отделните страни-участнички, както следва:

Румъния — 237 точки от 320 възможни — 74% ; САЩ — 225 точки — 70%; Англия — 201 точки — 62,8%; Виетнам — 200 точки — 62,5%; Чехословакия — 195 точки — 60,9%; Федерална република Германия — 184 точки — 57,5%; НР България — 182 точки — 56,9%; Франция — 179 точки — 56%; Австрия — 174 точки — 54,5%; Югославия — 171 точки 53,5%; Холандия — 157 точки — 49,1%; Полша — 156 точки — 48,8%; Куба — 66 точки (4 ученици) — 41,3%; Финландия — 118 точки — 37%; Швеция — 117 точки — 36,7%; Турция — 66 точки — 21,3% и Монголия — 61 точки — 19%.

Журито определи 63 индивидуални награди (47,7% от учениците получиха индивидуални награди):

5 първи награди за получилите от 40 до 35 точки включително (Англия — 1, ФРГ — 1, Румъния — 2 и САЩ — 1);

20 втори награди за получилите от 34 до 27 точки включително (България, Югославия, Холандия — по 1, Англия, Чехословакия, Франция и Виетнам — по 2, Румъния, САЩ и Австрия — по 3);

38 трети награди за получилите от 26 до 22 точки включително (Холандия и Швеция — по 1, Куба, Полша, Югославия, Румъния, Австрия и Финландия — по 2, България, Англия, Чехословакия, ФРГ и САЩ — по 3, Франция — 4 и Виетнам — 6).

Журито определи чрез гласуване и 4 специални награди за ученици, оригинално решили някои от задачите.

За оригинално решена втора задача специални награди получиха Ричард Борчерд — Англия, Ван Леквен Маро — Холандия, а за трета задача Марко Маркопен — Финландия и Ван Леквен Маро — Холандия.

На учениците, получили I, II и III награда, както и на участниците, получили специални награди, бяха дадени освен грамоти за участие и специални дипломи и материални награди.

На XX Международна олимпиада по математика първа, четвърта и пета задача бяха сравнително по силите и възможностите на учениците. Това се потвърждава от факта, че от всичко 132 ученици те бяха цялостно решени съответно от 70, 97 и 95 ученици. Втората, третата и шестата задача бяха изключително трудни. Пълно и обосновано те бяха решени съответно от 10, 20 и 8 ученици. За голяма наша радост трябва да отбележим, че и наш ученик изложи цялостно решение на втората задача (Огнян Трифонов).

Набраните точки от всички участници представляват 50,9% от възможните точки, докато миналата година този процент беше 35,3%. Както бе отбелязано по-горе, НР България е набрала 56,9%, т. е. с 6% по-високо от средния процент. Това говори, че на XX МОМ България е постигнала известни резултати, като е надминала средното ниво, но тези резултати все още не са много радостни, защото сме на 17,1% по-назад от първата страна на тази олимпиада.

Можем да кажем, че на XX юбилейна олимпиада по математика нашият отбор прояви упоритост, трудолюбие и се изяви като хомогенен състав. Това се вижда от получените от него точки — от 18 до 29. Най-добре се представиха: Огнян Трифонов — 29 точки, Владимир Костов — 25 точки, Руси Йорданов — 24 точки и Надежда Рибарска — 23 точки. Тези участници получиха и награди.

Получените резултати на XX МОМ ни радват, но те са по-лоши от резултатите, получени на XIX и XVIII МОМ. Ето защо трябва още по-настойчиво да се работи както с бъдещите наши състезатели, така и с учителите, които подготвят учениците за такива отговорни състезания. Дял за постигнатото имат сътрудниците от ЕНЦПКММ, окръжните и градските станции на младите техници, учителите и директорите на математическите гимназии и др. Нашата най-голяма благодарност към тези математици!

НАГРАДЕНИТЕ УЧАСТНИЦИ ОТ БЪЛГАРСКИЯ ОТБОР:

Огнян Трифонов

Владимир Костов

Надежда Рибарска

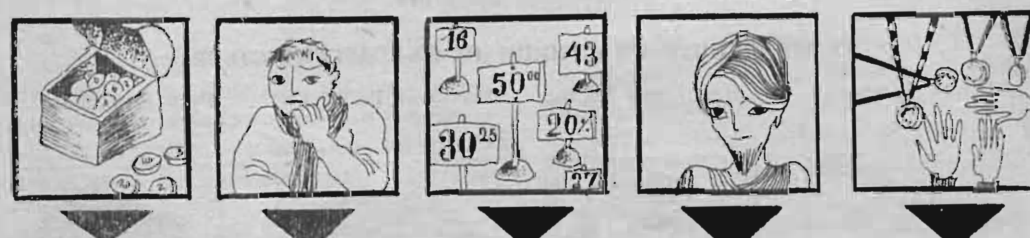
Руси Йорданов

Тържественото закриване на XX международна олимпиада по математика се състоя на 11 юли в една от големите зали на Агрономическия институт „Н. Балческу“ гр. Букурещ под ръководството на академик Михок. Бяха раздадени дипломите на наградените ученици и материални подаръци лично от проф. д-р инж. Сузана Гидеа, министър на възпитанието и образованието на СРР. След това министър Сузана Гидеа произнесе заключително слово с пожелание за още по-големи успехи на участниците на полето на математиката. Накрая ръководителят на английската делегация проф. Роберт Дайнес от името на Министерството на просветата на Англия предложи XXI международна олимпиада по математика да се проведе в Англия през юли 1979 година.

5 РАЗЛИЧНИ ЗАДАЧИ, КОИТО...

... са от разнородни области на математиката, но се решават, като се използува една и съща теория — теорията на диференчните уравнения. Тук ще покажем как тази строга математическа теория се прилага за краткото решаване на интересни и класически задачи.

М. МАРИНОВ, И. ТРЕНДАФИЛОВ



ЗАДАЧА НА ЛАПЛАС

През 1773 г. големият френски астроном, математик и физик Пиер Симон Лаплас публикува следната

Задача. *От кутия, в която има n различни монети, се вземат произволно няколко от тях. Да се намери каква е вероятността броят на взетите монети да е четно число.*