бъдат недоволни, да искат нещо?

Могат ли накрая машините сами да си поставят задачи, които не са им поставяни от техните конструктори?"

Тези така интересни, дори любопитни, но в същото време дали повод за толкова много спорове, въпроси е поставил в началото на статията си „Автомоти и живот" акад. Колмогоров — всепризнат за един от най-големите съвременни математици.

На теми с подобна тематика са и статиите „Изкуствен разум" от М. Мински, „Обратна връзка" на А. Тюстин и др.

Доста от статиите са посветени на изчислителна математика, информация, вероятност. Статиите са написани непринудено, увлекателно, всички са изключително богати по съдържание и биха задоволили във всяко отношение и най-изтънчения вкус.

Съставителят на сборника — доц. Боян Пенков, е подбрал може би най-хубавото, писано от математици за математиката.

XV МЕЖДУНАРОДНА МАТЕМАТИЧЕСКА ОЛИМПИАДА

МОСКВА
XV IMO
1973

Тази година Международната математическа олимпиада се проведе от 7 до 16 юли в Москва. Взеха участие следните 16 страни: Австрия, Англия, България, Германската демократична република, Куба, Монголия, Полша, Румъния, СССР, Унгария, Финландия, Франция, Холандия, Чехословакия, Швеция и Югославия. С изключение на Куба (която се представи с петима участници) отборът на всяка страна се състоеше от 8 ученици. От България участвуваха: Цанко Дончев, IX кл., Русе, Валери Ковачев, XI кл., София, Румен Маринов, XI кл., Варна, Красимир Марков, X кл., Варна, Христо Минчев, X кл., Казанлък, Атанас Найденов, XI кл., София, Светослав Савчев, XI кл., Здравко Славов, XI кл., Ямбол.

Тържественото откриване на олимпиадата се състоя на 9 юли, а състезанието се проведе на 9 и 10 юли. На 15 юли председателят на организационния комитет акад. А. И. Маркушевич раздаде награди на проявилите се и олимпиадата бе закрита. Останалото време учениците използуваха за запознаване с забележителностите на Москва. Беше организирана и еднодневна екскурзия до градовете Загорск и Велики Ростов.

На XV международна математическа олимпиада бяха предложени следните задачи:

Задача 1. Дадено е, че точка O лежи на правата l. Освен това

$\overrightarrow{OP_1}, \overrightarrow{OP_2}, \ldots, \overrightarrow{OP_n}$ са вектори с дължина единица и точките $P_1, P_2, \ldots, P_n$ лежат в една и съща равнина, съдържаща правата l, и се намират от една и съща страна на l. Да се докаже, че ако n е нечетно естествено число, то

$$|\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+\ldots+\overrightarrow{OP_n}|\geq 1,$$

където $|\overrightarrow{OM}|$ е дължината на вектора $\overrightarrow{OM}$.

Задача 2. Съществува ли крайно множество M от точки в пространството, които не лежат в една равнина и притежават свойството, че за всеки две точки $A, B \in M$ съществуват точки $C, D \in M$, за които правите AB и CD са успоредни и не съвпадат?

Задача 3. Да се намери най-малката стойност на a^2+b^2, където a и b са произволни реални числа, за които уравнението

$$x^4+ax^3+bx^2+ax+1=0$$

има поне един реален корен.

Задача 4. Войник трябва да провери дали в участък с форма на равностранен триъгълник (включващ границата) има мина. Радиусът на действие на неговия апарат е равен на половината от височината на триъгълника. Войникът започва изследването от единия връх. Пита се какъв път трябва да избере той, за да извърви възможно най-малкото разстояние и да изследва целия участък.

Задача 5. Дадено е непразно множество G от неконстантни функции f на реален аргумент x от вида $f(x)=ax+b$, където a и b са реални числа и $a\neq 0$. Предполага се, че G притежава следните свойства:

а) Ако $f, g \in G$, то $g\circ f \in G$, където функцията $g\circ f$ е дефинирана с равенството $(g\circ f)(x)=g(f(x))$;

б) ако $f\in G$ и $f(x)=ax+b$, то $f^{-1}\in G$, където $f^{-1}(x)=\frac{x-b}{a}$;

в) За всяка функция $f\in G$ съществува реално число x_f, за което $f(x_f)=x_f$.

Да се докаже, че съществува такова реално число k, че $f(k)=k$ за всяка функция $f\in G$.

Задача 6. Нека $a_1, a_2, \ldots, a_n$ са положителни числа и q е реално число, за което $0<q<1$. Да се намерят реални числа $b_1, b_2, \ldots, b_n$, за които:

а) $a_k < b_k$

за всяко k от 1 до n;

б) $q < \frac{b_{k+1}}{b_k} < \frac{1}{q}$

за всяко k от 1 до $n-1$;

в) $b_1 + b_2 + \ldots + b_n <$

$< \frac{1+q}{1-q}(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)$.

За пълното решаване на горните задачи се даваха съответно по 6, 6, 8, 6, 6, 8 точки. Ето защо максималната оценка, която отделен участник можеше да получи, беше 40 точки. Нашите участници получиха следните резултати:

№	Име	Брой на точ. от зад.№ 1	2	3	4	5	6	Сума
1	Ц. Дончев	0	0	4	0	6	0	10
2	В. Ковачев	6	6	3	0	6	0	21
3	Р. Маринов	6	0	2	6	0	0	14
4	К. Марков	1	0	6	6	1	0	14
5	Х. Минчев	3	0	1	0	0	0	4
6	А. Найденов	0	0	8	0	6	0	14
7	С. Савчев	0	0	5	1	1	0	7
8	З. Славов	0	0	1	6	5	0	12
		16	6	30	19	25	0	96

Първа награда получиха участниците с брой на точките от 36 до 40 включително, втора — онези, които имаха от 27 до 35 точки, и трета — от 17 до 26. Наградите бяха разпределени между страните, както следва:

Награди	I	II	III
Австрия	—	—	5(5)
Англия	1(—)	1(2)	3(4)
България	—(—)	—(—)	1(2)
ГДР	—(1)	3(3)	4(4)
Куба	—(—)	—(—)	1(—)
Монголия	—(—)	—(—)	1(—)
Полша	—(1)	2(1)	4(1)
Румъния	—1	1(3)	3(1)
СССР	3(2)	2(4)	3(2)
Унгария	1(3)	2(3)	5(2)
Финландия	—	—	2
Франция	—	2	1
Холандия	—(—)	—(—)	2(—)
Чехослов.	—(—)	1(—)	4(—)
Швеция	—(—)	1(—)	1(2)
Югославия	—(—)	—(—)	5(3)

В скоби са дадени наградите, получени от XIV ММО. Единствената награда на български участник бе присъдена на В. Ковачев.

Ето и общият брой точки, които всяка страна получи: СССР — 254 (270), Унгария — 215 (263), ГДР — 188 (239), Полша—174 (160), Англия — 163 (179), Франция — 153, Чехословакия— 149 (130), Австрия— 144 (136), Румъния — 139 (206), Югославия — 137 (136), Швеция — 101 (60), България — 96 (120), Холандия — 96 (52), Финландия — 86, Монголия — 64 (48), Куба — 42 (14).

Забелязваме, че в сравнение с миналата година силните страни-участнички чувствително са намалили броя на точките си. Това показва, че на XV ММО задачите са по-трудни от дадените на XIV ММО. Но въпреки това редица отбори са увеличили броя на точките си. Следователно там е била налице сериозна подготовка.

ИВ. ПРОДАНОВ, Д. СЕРАФИМОВ