МЕЖДУНАРОДНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

От 5 до 20 юли 1969 година в Букурещ се проведе XI международна олимпиада по математика за ученици от средните училища. В нея участвуваха 14 държави: Англия, България, Белгия, ГДР, Монголия, Полша, Румъния, СССР, Унгария, Франция, Холандия, Чехословакия, Швеция и Югославия. Присъствуваше и наблюдател от Австрия. Всяка страна бе представена с по 8 участници и двама ръководители.

Нашите състезатели бяха подбрани чрез конкурсен изпит от първенците на вътрешната ни олимпиада. На конкурса се явиха ученици от 12 окръга: от Бургаски — 4, Толбухински — 2, София-града — 4, Стара Загора—6, Софийски, Видински, Варненски и Плевенски — по 1, В. Търновски — 5, Пловдивски—4, Русенски—4 и Благоевградски — 2.

Българската група бе в състав:

1. Олег Кръстев Мушкаров, ученик от XI кл., Благоевград.
2. Владимир Тодоров Тодоров, ученик от XI кл., II гимназия, Велико Търново.
3. Георги Стефанов Попов, ученик от XI кл., II гимназия, Русе.
4. Христо Николов Лесов, ученик от XI кл., I гимназия, Казанлък.
5. Степан Агоп Терзиян, ученик от X кл., I гимназия, Русе.
6. Вирджиния Стойнева Христова, ученичка от X кл., I гимназия, Русе.
7. Донка Желева Пашкулева, ученичка от XI кл., Чирпан.
8. Веско Тодоров Спасов, ученик от XI кл., III гимназия, Плевен.

Ръководители на групата бяха доц. Кирил Дочев, зав. катедра по висша алгебра в Математическия факултет при СУ, и Димо Серафимов, главен специалист по математика при МНП.

Заседанията на международното жури, под председателството на академик Мойсил, преглеждането и координирането на писмените работи ставаха

Христо Лесов ▲

▲ *Олег Мушкаров.*

Вирджиния Христова ▼

в сградата на гимназията „Николае Балческу". Работата на журито протече на твърде високо равнище при най-сериозно отношение от страна на отделните членове и в дух на колегиалност и разбирателство.

За журито бяха осигурени преводачи на руски, немски, френски и английски език, а за учениците — преводач на родния им език.

Състезанието се проведе на 10 и 11 юли в сградата на училище „Николае Балческу".

Темите за състезанието бяха подбрани от международното жури измежду задачите, представени предварително от държавите-участнички. Определените задачи бяха с повишена трудност, но върху изучавания учебен материал. За решаването им бяха определени по 4 часа за двата дни.

За първия ден бе зададена темата:

1. *Докажете, че съществуват безбройно много естествени числа a със следното свойство: при всяко естествено n числото $z=n^4+a$ не е просто число.*

(Представена от ГДР — оценка 5 точки)

2. *Нека $a_1, a_2, \ldots, a_n$ са реални константи, x — реална променлива и*

$$f(x)=\frac{\cos(a_1+x)}{1}+\frac{\cos(a_2+x)}{2}+\ldots+\frac{\cos(a_n+x)}{2^{n-1}}.$$

Докажете, че от $f(x_1)=f(x_2)=0$ следва $x_1-x_2=m\pi$, където m е цяло число.

(Представена от Унгария — оценка 7 точки)

3. *За всяко значение $k=1, 2, 3, 4, 5$ намерете необходими и достатъчни условия, които трябва да удовлетворява числото $a>0$, за да съществува тетраедър, k от ръбовете на който имат дължина a, а останалите $6-k$ ръба имат дължина 1.*

(Представена от Полша — оценка 7 точки)

За втория ден бе зададена темата:

4. *Полуокръжността γ е построена над диаметъра AB. Точката C лежи на γ и е отлична от A и B. Ортогоналната проекция на C върху AB означаваме с D. Разглеждаме три окръжности γ_1, γ_2 и γ_3, имащи обща допирателна AB. От тях γ_1 е вписана в $\triangle ABC$, а γ_2 и γ_3 се допират (и двете) до отсечката CD и до γ. Докажете, че γ_1, γ_2 и γ_3 имат втора обща допирателна.*

(Представена от Холандия — оценка 6 точки)

5. *В равнината са дадени n точки ($n>4$), като при това никои три не лежат на една права. Покажете, че има поне C_{n-3}^2 изпъкнали четириъгълника с върхове измежду дадените точки.*

(Представена от Монголия — оценка 7 точки)

6. *Докажете, че ако $x_1>0$, $x_2>0$ и $x_1y_1-z_1^2>0$, $x_2y_2-z_2^2>0$, то*

$$\frac{8}{(x_1+x_2)(y_1+y_2)-(z_1+z_2)^2}\leq\frac{1}{x_1y_1-z_1^2}+\frac{1}{x_2y_2-z_2^2}.$$

Установете необходими и достатъчни условия, при които даденото неравенство се превръща в равенство.

(Представена от СССР — оценка 8 точки)

Проверката и оценката на писмените работи се извърши от ръководителите на съответните групи с помощта на румънски координатори. По такъв начин се осъществи еднакъв критерий и справедлива оценка на всяка задача. Окончателните оценки на писмените работи се утвърдиха от международното жури.

Официално отборно класиране не бе направено. Независимо от това обаче на ръководителите бяха представени резултатите, получени от отделните страни-участници: Унгария — 247 точки (77,2% от възможните), ГДР — 240 точки (75% от възможните), СССР — 231 точки (72,2% от възможните), Румъния — 219 точки (68,4% от възможните), Англия — 193 точки (60,3% от възможните), България — 189 точки (59,1% от възможните), Югославия — 181 точки (56,6% от възможните), Чехословакия — 170 точки (53% от възможните), Монголия — 120 точки (37,5% от възможните), Полша — 119 точки (37,4% от възможните), Франция — 119 точки (37,4% от възможните), Швеция — 104 точки (32,5% от възможните), Белгия — 57 точки (17,8% от възможните), Холандия — 51 точки (15,9% от възможните).

Журито определи 44 индивидуални награди за учениците (39% от участниците получиха индивидуални награди):

3 първи награди за получилите 40 точки: СССР — 1, Англия — 1, Унгария — 1;

20 втори награди за получилите от 37 до 30 точки (39 и 38 точки не бе получил нито един ученик): Унгария — 4, ГДР — 4, СССР — 3: Румъния — 4, Англия — 1, Югославия — 2, Полша — 1, Франция — 1;

21 трети награди за получилите от 29 до 24 точки включително; Унгария — 2, ГДР — 4, СССР — 3, Румъния — 2, Англия — 1, България — 3 Югославия — 2, Чехословакия — 3, Монголия — 1.

Бяха дадени също и 9 специални награди за оригинални решения: Унгария — 1, ГДР — 1, СССР — 2, Англия — 2, Чехословакия — 1, Полша — 1, Швеция — 1.

Нашата група беше хомогенна и всички участници получиха над 20 точки. Тя отбеляза добър успех при решаване на първа и пета задача, като получи съответно 85% и 84% от възможните точки. За останалите задачи резултатът е следният:

За втора задача групата получи 59% от възможните точки; за трета задача — 36% от възможните точки; за четвърта задача — 52% от възможните точки; за шеста задача — 47% от възможните точки.

Най-висок успех от нашата група показаха:

1. Христо Николов Лесов, който получи 28 точки от 40 и взе трета награда.

2. Олег Кръстев Мушкаров, който получи 28 точки и взе трета награда,.

3. Вирджиния Стойнева Христова, която получи 25 точки и взе трета награда.

Деловата работа на делегацията бе съчетана с екскурзии за запознаване с историческите забележителности на Букурещ и Румъния.

Тържественото закриване на XI международна олимпиада по математика се състоя на 19 юли в актовата зала на училище „Николае Балческу“ под председателството на академик Мойсил. На тържеството присъстваха представители на Румънското радио и телевизия. Там бяха раздадени и дипломите на премираните състезатели.

Ръководителят на Унгарската делегация Ендре Ходи предложи XII-та международна олимпиада по математика да се състои в Будапеща през 1970 година.

На XI международна олимпиада по математика българската група прояви упоритост и амбиция. Така тя зае шесто място от всички 14 състезаващи се страни, което е значителен напредък, но още може да се желае. Трябва да се отбележи фактът, че разликата между първата страна и нашата страна е само 18% от получените точки, докато миналата година тази разлика беше 31%, т. е. XI олимпиада по математика е крачка напред за нашата страна.

Резултатите биха се подобрили чувствително, ако следващите години успеем да включим и ученици от математическата гимназия, които са с по-добра теоретическа подготовка.

Надяваме се, че през настоящата учебна година всички ученици, които имат влечение към математиката, ще работят упорито, за да се представят добре на вътрешната и международната олимпиада.

Д. СЕРАФИМОВ

ученическо творчество

ПО ПОВОД НА ДВЕ ЗАДАЧИ ОТ УЧЕБНИКА ПО ПЛАНИМЕТРИЯ ЗА IX КЛАС

Задачи 86 и 97 на стр. 45 от учебника по планиметрия за IX клас гласят:

Задача 86: *Докажете, че ако в трапеца $ABCD$ е прекаран диагоналът AC и $\sphericalangle BCA = \sphericalangle CDA$, то този диагонал е средно геометричен на двете основи.*

Задача 97: *Основите на трапец са 18 см и 4,5 см, а единият от диагоналите го разделя на два подобни триъгълника, във всеки от които е вписана окръжност. Определете радиуса на по-голямата от тези окръжности, ако радиусът на по-малката е 1,5 см.*

При разглеждането на двете задачи ще използуваме черт. 1, където $ABCD$ е трапец с основи AB и CD и диагонал AC.

За да се реши задача 86, трябва да се докаже, че диагоналът AC разделя трапеца $ABCD$ на два подобни триъгълника, а в зад. 97 е дадено, че трапецът е разделен от диагонала на два подобни триъгълника.

Доказателството на подобието на $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$ при решаването на зад. 86 се установява лесно по I признак, тъй като $\sphericalangle BCA = \sphericalangle CDA$ по условие и $\sphericalangle CAB = \sphericalangle ACD$ като кръстни ъгли, получени при пресичането на