ДВАДЕСЕТА. БУКУРЕЩ — РУМЪНИЯ, 1978 ГОДИНА

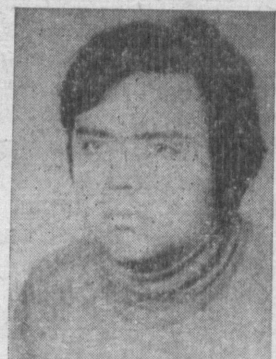
Юбилейната двадесета МОМ се проведе отново в Румъния. Румънските математици, които бяха инициатори на това състезание, за четвърти път ставаха и негови домакини. Още от посрещането и тържественото откриване до състезанието и изпращането на гостите се виждаше любовта и старанието, с които се беше водила подготовката. Всичко беше организирано изрядно и всеки беше обкръжен с внимание и грижи.

Тържественото откриване стана в Букурещ. Журито, в което представители на България бяха Йордан Табов и Димо Серафимов, замина за Бущени — 140 km от столицата. Там трябваше да подготви темата, а в това време състезателите се разхождаха по красивото черноморско крайбрежие.

Дойде 6 юли — първият състезателен ден. В ръцете на всеки участник са задачите.

Какво си спомняте днес за тях? Едната, предложена от Куба, беше лека. Втората, предложена от САЩ, ни затрудни, но третата, английската, се оказа най-трудна. Това си спомня Надежда Рибарска за първия тур. А. Руси Йорданов си спомня с повече подробности както хода на състезанието, така и своите успехи и затруднения.

„Първия ден реших най-напред стереометричната задача, защото чувствувах, че е по силите ми. Бързах да я завърша, за да се захвана с другите две, и не направих проверка. После реших задачата с квадратите (a^2+b^2). Най-сетне се заех с редицата и до края на времето трупах данни за нейните свойства и дадох оценка за решението ѝ. Щях да бъда много доволен, ако не се беше оказало, че в бързината съм направил фатална грешка при стереометричната задача. Получих 0 точки за решението ѝ, а я смятах за решена. Втория ден побързах да напиша решенията на първите две лесни задачи, за да ми остане време за третата. Написах ги за 45 минути и ги проверих. Третата задача обаче не беше по силите ми. Три часа стоях над нея, без да напиша нищо. Чувствувах, че се решава с принципа на Дирихле, опитвах се да си представя пътя на решението, но той се губеше. Както се казва, чудех се откъде да я захвана. И досега смятам, че тогава нямах никакви шансове да я реша.“ И не само той, а и много други ученици не се справиха с нея. Само осем състезатели са задоволили журито с представените решения.



Огнян Трифонов — Варна

Владимир Костов — Варна

Надежда Рибарска — София

Руси Йорданов — София

Борис Ковачев — Русе

Милена Москова — Велико Търново

Тодор Стоянов — Шумен

Домакините спечелиха както искрените благодарности за добрата организация, така и славата на най-стабилен отбор. Румънските момчета спечелиха „на собствен терен", както биха се изразили спортните коментатори, две първи, три втори и две трети награди. Общо 74 % от възможните точки.

В Букурещ повече от половината състезатели събраха над 22 точки и получиха награди: 5 първи, 20 втори и 38 трети. Журито присъди и пет специални награди за оригинални решения. Една от тях беше на Огнян Трифонов — единадесетокласник от МГ — Варна. Той беше решил оригинално втората задача и от решенията на другите задачи събра общо 29 точки, за което получи втора награда. С 25 точки и трета награда се завърна Владимир Костов, също от Варна. По една точка по-малко от него имаха Руси Йорданов и Надежда Рибарска, която единствена от девойките получи награда. Другите четирима — Борис Ковачев — 11. кл. от Русе, Милена Москова — 11. кл. от Велико Търново, Тодор Стоянов — 10. кл. от Шумен и Стефан Стойчев — 11. кл. от Габрово също са работили добре. Разликата в резултатите на първия и последния състезател в нашия отбор е само 11 точки. Средният брой точки, спечелени от български състезател, е с 6 % над средното ниво.

На 11 юли 1978 г. в една от залите на агрономическия институт „Н. Балческу" в Букурещ беше тържествено закрита Двадесетата международна олимпиада по математика. С нея завършва и периодът, който обхваща тази книга.

ЗАДАЧИ, ДАДЕНИ НА РЕПУБЛИКАНСКИЯ КРЪГ

163. Нека са дадени 10 000 естествени числа, образуващи аритметична прогресия, чиято разлика е нечетно число и не се дели на 5. Да се докаже, че едно от дадените числа има десетичен запис, който завършва с цифрите 1978.

164. Окръжностите C_1 и C_2 с радиуси r_1 и r_2 $(r_1>r_2)$ се допират вътрешно. Двете окръжности са пресечени с права в точките A, B, C и D, които са разположени в посочения ред върху правата. Да се намери отсечката AB, ако $AB:BC:CD=1:2:3$ и центровете на окръжностите лежат от една и съща страна на правата.

165. В пространството са дадени n точки в общо положение (т. е. никои четири измежду тях не лежат в една равнина). Да разгледаме всевъзможните тетраедри с върхове в дадените точки. Да се докаже, че ако една равнина не минава през никоя от дадените точки, то тя пресича най-много $\dfrac{n^2(n-2)^2}{64}$ от тези тетраедри по четириъгълник.

166. Да се определи за какви стойности на p и q решения на уравнението $x^3-px^2+11x-q=0$ са три последователни цели числа.

167. Дадена е четириъгълна пирамида, основа на която е ромбът $OABC$ със страна a, а околният ръб OM е перпендикулярен на основата. От точката O са спуснати перпендикулярите OP, OQ и OS съответно към околните ръбове MA, MB и MC. Да се намерят диагоналите на основата, ако се знае, че правите OP, OQ и OS лежат в една равнина.

168. Да се докаже, че числото $\cos\frac{5\pi}{7}$:

а) е корен на уравнението $8x^3-4x^2-4x+1=0$;
б) е ирационално число.

ЗАДАЧИ, ДАДЕНИ НА ПОДБОРНИЯ КРЪГ

169. Дадена е редицата $a_1, a_2, a_3 \ldots$, като $a_n=\frac{a_{n-1}^2+c}{a_n-2}$ при $n>2$. Да се докаже, че ако числата a_1, a_2 и $\frac{a_1^2+a_2^2+c}{a_1a_2}$ са цели, то всичките членове на тази редица са цели числа.

170. С k_1 е означена една от дъгите, на които се разделя окръжността k от хордата AB, а C е средата на k_1. Върху лъча PC е нанесена отсечката PM с дължина $|PA-PB|/2$. Да се определи множеството, което описва M, когато P описва k_1.

171. На един именник отишли на гости пет души. Именникът забелязал, че от всеки трима от гостите има двама, които се познават, и двама, които не се познават. Да се докаже, че именникът може да ги разположи около кръгла маса така, че от двете страни на всеки от гостите да стоят негови познати.

172. Да се определи възможно най-голямото реално число S и възможно най-малкото реално число T така, че за всеки триъгълник със страни a, b, c, $a\leqq b\leqq c$ да бъдат изпълнени неравенствата $S\leqq\frac{(a+b+c)^2}{bc}\leqq T$.

173. Да се докаже, че всеки изпъкнал многоъгълник има три такива съседни върха, че окръжността, която минава през тези върхове, загражда кръг, покриващ многоъгълника.

174. Вписаният в окръжност петоъгълник $ABCDE$, в който $BC<DE$ и $AB<CD$ е основа на пирамида с връх S. Ако AS е най-дългият околен ръб, да се докаже, че $BS<CS$.

ЗАДАЧИ, ДАДЕНИ НА МЕЖДУНАРОДНАТА ОЛИМПИАДА

175. Нека m и n са естествени числа, такива, че $n>m\geqq 1$. В десетичния запис последните три цифри на числото 1978^m съвпадат с последните три цифри на числото 1978^n. Да се определят m и n така, че сборът $m+n$ да бъде минимален.
Куба, 6 точки.

176. Нека P е дадена точка вътре в дадена сфера и нека A, B, и C са три произволни точки върху тази сфера, такива, че отсечките PA, PB и PC са взаимно перпендикулярни. Нека Q е върхът на паралелепипеда, определен от отсечките PA, PB и PC, който е диагонално противоположен на P. Да се намери множеството, което описва точката Q.
САЩ, 7 точки.

177. Множеството на всички естествени числа е обединение на две непресичащи се подмножества $\{f(1), f(2), \ldots, f(n), \ldots\}$ и $\{g(1), g(2), \ldots, g(n), \ldots\}$, където $f(1)<f(2)<\ldots<f(n)<\ldots$ и $g(1)<g(2)<\ldots<g(n)<\ldots$, и за всяко $n\geqq 1$ $g(n)=f(f(n))+1$. Да се намери $f(240)$.
Англия, 8 точки.

178. Една окръжност е вътрешно допирателна на окръжността, описана около равнобедрения триъгълник ABC, и на равните страни AB и AC на този триъгълник съответно в точките P и Q. Да се докаже, че средата на отсечката PQ съвпада с центъра на окръжността, вписана в триъгълника ABC.

САЩ, 5 точки.

179. Нека $\{a_k\}$ $(k=1, 2, \dots)$ е редица от естествени числа, които са две по две различни помежду си. Да се докаже, че за всяко n е изпълнено неравенството

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{k^2} \geqq \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}.$$

Франция, 6 точки.

180. Едно международно дружество се състои от членове, които са от шест различни страни. Списъкът на членовете на дружеството се състои от 1978 фамилии, номерирани с числата 1, 2, ..., 1978. Да се докаже, че съществува поне един член на това дружество, чийто номер е равен на сбора от номерата на двама или на удвоения номер на един от членовете, които са от неговата страна.

Холандия, 8 точки.

* * *

В заключение може да се каже, че линията на развитие на българското участие в международните олимпиади с малки изключения е възходяща. Вярно е, че успехите ни не са изключителни, но на фона на останалите страни България все пак заема достойно място.

За постигнатото трябва да отдадем дължимото преди всичко на самите участници, на тяхната любов към математиката, на тяхната всеотдайност и упоритост, на тяхното трудолюбие. На второ място това са успехи на българските учители, на ръководителите в школите и кръжоците. Но бихме искали да споменем и някои други фактори, повлияли положително върху развитието на олимпиадата. Един от тях е математическата литература. Много са авторите, които с книги, сборници, статии или отделни задачи дадоха своя принос за общото дело.

Стимул за работа в школите и кръжоците, а и в работата на учениците са конкурсите. Имаме пред вид всички конкурси, просъществували по-кратко или по-дълго, обхванали тесен или широк кръг участници. Те подтикваха, поощряваха, даваха възможност за изява и така стимулираха подготовката за олимпиадата. Между първите от тях беше конкурсът на радио София. Неговите инициатори и ръководители бяха К. Петров, Ив. Ганчев, К. Тодоров и Й. Кучинов. Брошурите, които излязоха със задачите от този конкурс, дълго време подпомагаха работата на учители и ученици. Малко след него и радио Варна започна свой конкурс. Ръководеха го В. Романов и А. Кунчев. Той раздвижи особено много кръжоците в Североизточна България и за разлика от националния продължава и до днес.

На партийния повик за повече и по-добре подготвени математически кадри, за създаване на интерес към физико-математическите и технически дисциплини се отзова и вестник „Народна младеж“. Председател на комисията, която организираше конкурса на неговите страници, беше К. Петров. За разлика от радиоконкурсите тук имаше предвиден и очен кръг. Това беше и допълнителен стимул в работата както на индивидуалните участници, така и на цели кръжоци и школи,

Пак по инициатива на в. „Народна младеж“ през лятото на 1970 г. се организира и летният лагер в Хаинбоаз. По негов образец сега много окръзи правят зимни, пролетни и летни лагери за работа с ученици, участвуващи активно в извънкласните форми на работа по математика.

Конкурси се провеждаха и се провеждат между отделни училища, градове и окръзи. Имаше състезания между Пловдив и Казанлък, Казанлък и Велико Търново, Ямбол и Бургас, по окръзи: Видински, Михайловградски и Врачански; Благоевградски, Пернишки, Кюстендилски и др. През 1972 г. по повод годишнина на Атанас Радев съгражданите му създадоха в Ямбол конкурс на негово име. Много усилия вложиха в организирането другарите Колев, Пенчев, Косев, Хойнацки, Енчев и др.

През април същата година в Казанлък започна да се провежда пролетен математически турнир. Организираха го учителите от математическата гимназия начело с директора К. Горчев, посветил много сили и време на извънкласната работа по математика. По-късно тези два турнира започнаха да се редуват през година, което, от една страна, намаляваше броя на мероприятията, а, от друга, даваше възможност на домакините да оценят постигнатото преди да започнат подготовката на следващия турнир.

През 1971 г. за първи път беше проведена теоретична конференция по математика в рамките на изложбата на ТНТМ в Пловдив. Въпреки че поощри не решаването на задачи, а разработването на теоретични въпроси, тя допринесе за общата подготовка на младежите и косвено подпомогна олимпийското движение.

МОМ има за основна цел да сравни ефективността на системите за обучение на учениците в различните страни. В този смисъл по-доброто представяне на наши я отбор е показател за подобряване на системата на подготовка по математика в нашите средни училища. За учениците с подчертани интереси се откриха физико-математически паралелки (1962/63 уч. г.); даде се възможност за факултативно изучаване на математиката (1963/64 уч. г.); създаде се Националната математическа гимназия (1964 г.), а през

1969/1970 учебна година се появиха и първите математически гимназии в окръжните градове, които са вече 26.

По-напред в своето развитие отиде и самата олимпиада: разшири се кръгът на участниците; включиха се и по-малките ученици и се масовизира участието в първия кръг; въпреки повишените изисквания в Републиканския кръг, броят на класиралите се растеше; подборният изпит се провежда сега в два тура, което дава възможност степента на трудност на задачите да се доближи до тази от МОМ; в курса за подготовка на отбора първоначално се обучаваха само осемте състезатели, а сега в него се включват класираните на първите 16 места — така може още веднаж в процеса на работата да се преценят възможностите на младежите и повече представители на школи и кръжоци да участвуват в този етап на подготовка; в първите години подготвителният курс беше от 12 до 15 дни, а в последните времето за работа се удължи до един месец.

Освен направеното за учениците Централната комисия по организиране и провеждане на Националната олимпиада потърси форми за помощ и на учителите. Можем да споменем летящия семинар, едноседмичните курсове, които се провеждат от 1977 г. насам през ваканциите за ръководителите на извънкласните форми на работа по математика. Все повече се разширява кръгът от сътрудници на Единния център по математика и механика, които активно подпомагат олимпийското движение. Голяма част от тях са бивши участници в олимпиадата.

Международната олимпиада по математика и всички извънкласни форми на работа дадоха възможност на много младежи отрано да изявят способностите си и да ги развият още преди да стигнат студентската възраст. Рожба на олимпийското движение са голям брой научни работници и специалисти в областта на математиката и в други близки на нея области на знанието.

Ще се радваме, ако тази книга помогне на бъдещите участници в олимпиадите и на техните ръководители.