

УНИВЕРСИТЕТСКА ЛИТЕРАТУРА

Проф. д-р Л. ИЛИЕВ

СП. МАНОЛОВ

ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА  
АЛГЕБРА



ДЪРЖАВНО ИЗДАТЕЛСТВО „НАУКА И ИЗКУСТВО“

Предлаганият учебник представлява втора книга от една поредица помагала по елементарна математика, с които колективът при катедрата по Висш анализ с елементарна математика е запланувал да снабди нашите студенти и учители по математика.

От няколко години на студентите по математика в Софийския университет се чете специален курс по елементарна математика. С обособяването на педагогичен профил при университета и с оглед на неговото развитие беше разширено обучението по елементарна математика, което в последните учебни планове е застъпена в продължение на седем семестъра. Това разширение на курса, опитът на съветските педвузи, както и състоянието на обучението по математика в средните училища у нас наложиха този курс да бъде систематичен. Съгласно учебните програми в лекциите се изграждат систематично не само отделните дисциплини, но и целият курс по елементарна математика. Съгласно тия програми се запланувано и издаването на едно цялостно ръководство по елементарна математика: аритметика, алгебра, планиметрия и стереометрия и тригонометрия. Към тях да бъде издаден и един сборник от задачи, в който математичните методи на елементарната математика да бъдат илюстрирани с решени задачи, а за упражнения ще бъдат включени нерешени задачи.

Колективът, взет с написването на тия ръководства, си е поставил за задача в тях да бъде дадено едно цялостно, систематично изложение на основните въпроси от елементарната математика, така цето всички книги заедно да образуват едно цялостно ръководство за нашите учители и студенти. Ръководството да бъде един ежедневен справочник в работата на нашите учители, една елементарна енциклопедия, подходяща за използване както за приложение в педагогическата работа, без да бъде методично ръководство, така и за поддържане знанията на учителя на подходящо научно ниво.

За изпълнението на тези задачи е необходимо въпросите на елементарната математика да бъдат изложени съгласно съвременните научни познания; да не се преразказва школният курс. Съедновременно ръководството да не бъде елементарна математика от гледна точка на висота, което в такъв случай би задоволявало нуждите на обучението по висша математика, а, напротив, да има за цел да задоволи нуждите на ония, за които елементарната математика

е цел. С други думи ръководството да бъде обърнато към нуждите на учителя и към изискванията той постоянно да расте и задълбочава познанията си на специалист, без да възпрепятствуват ония, които имат интерес отвъд границите на елементарната математика. Тах то трябва да насочва и улеснява в пренасяно на интересите им към областите на висшата математика.

Написването на едно ръководство, което да отговаря на тия условия, е трудно дело и колективът, който е поел тази задача, съзнава трудностите. За образец служат прекрасните съветски учебници по различните клонове на елементарната математика. Как обаче наложи на членовете на катедрата да замислят едно таке ръководство? Нашите, българските учители никога досега не са изучавали системно елементарна математика. След гимназиалния курс те изучаваха в университета сериозни, мъчни и разнообразни дисциплини само от висшата математика. Връщайки се отново в гимназията вече като учители, те трябваше да се справят в ежедневната си работа с елементарната математика и гимназиалните учебници бяха техните основни и често пъти единствени помагала. Ежедневната им работа и гимназиалните учебници не са свързани непосредствено с основите на висшата математика. Съдновременното липсваха ръководства по елементарна математика, които да изнесат познанията на учителя на по-висш етап, от който той да слиза към нуждите на средношколското преподаване, който етап да бъде за него път към висшата математика и който да му изяснява перспективите на обучението. По този начин изучаваните с такива трудности познания по висша математика ставаха неузими и учителите бързо ги забравяха. Така техните познания се свеждаха до съдържанието на гимназиалните учебници. Разбира се, че основната причина за това състояние е досегашната система на обучение в университета и слабата връзка между МНП и университета при полагане на по-нататъжни грижи за усъвършенствуването на учителя. Важното е обаче, че това положение натрупа много дефекти в познанията на нашите учители, които по-нататък се отразиха и върху техните питомци - нашите студенти. При досегашната система на обучение тия дефекти биха се раздирявали. Систематичното изучаване на елементарна математика в университета е първа и решителна мярка за ликвидирането на това положение. Основното запознаване с досегашните слабости в познанията на нашите студенти и учители и отстраняването им в едно цялостно и систематично ръководство, което да стане настолна книга за нашия учител, в което да се освободат нашите грешки, натрупаки от цялостната обстановка, съветът на катедрата по физика и

лна с елементарна математика счете като друга решителна стъпка в помощ на средношколското обучение и на нашите учители. Това наложи покрай прекрасните съветски ръководства създаването и на българско помагало.

В средните училища математиката - алгебра и геометрия - се изгражда върху полето на реалните числа. В геометрията изцяло се работи само с реални елементи; в алгебрата едва през последния клас учениците се запознават с дефиницията и някои приложения на комплексните числа. Ръководейки се от желанието нашето ръководство да подпомогне непосредствено учителите в тяхната работа във всички заплавувани книги на това ръководство изложението ни ще бъде построено върху полето на реалните числа, което ще бъде въведено в първата книга - аритметиката. Естествено е, че едно изградено специално на алгебрата над полето на комплексните числа, както е в курса на С.И.Новоселов за съветските педвузи, предотвлява по-висш етап на изложение. Ние обърнахме обаче внимание, че у нас предварително трябва да се отстранят някои дефекти при непосредствената работа в средните училища. Внасянето в цялото изложение на по-общото поле на комплексните числа би затруднило изпълнението на тази задача. При това още през първия семестър нашите студенти се запознават с комплексните числа във висшата алгебра.

Книгата „Алгебра“ от нашето ръководство е написана изцяло върху програмата за лекциите по елементарна алгебра, които се четат на студентите от първи семестър. Това наложи съгласно програмата в книгата да се съдържа едно въведение в аритметиката, което е изградено върху познанията на студентите от средното училище. Това положение в програмата е наложено от методични съображения. Възможност частта аритметика ще бъде първа книга от нашата поредица. В „Алгебрата“ не се съдържат главите за показателната /развой на понятието „степен“/ и логаритмичната функция. Те ще бъдат изложени в „Аритметиката“ след въвеждането на ирационалните числа. В „Алгебрата“ не е засегнат и въпросът за прогресите. Онова, което се преподава в средните училища по този дял е добре изложено в средношколските учебници и никога не е представлявало затруднения нито за преподаватели, нито за ученици. С разширяването пък на този дял до въпроси от теория на редовете бихме навлезли в проблеми от висшата математика, с които студентите у нас се запознават също още в първия семестър.

При написването на „Алгебрата“ сме имали съображението, че алгебрата в средните училища води учащите се

към понятието за функция и към диференциалното смятане. Така наред с въвеждането на алгебричните понятия, изключително и понятието за пръстен и поле, ние сме се старали да прокараме навсякъде развитието на понятието за функция. Затова още от едночлените ние почваме да разглеждаме изразите и като функции. Изследвани са редица функции и техните графики, като се въвеждат последователно особеностите им. Методите на изследване са изключително от елементарната алгебра, но изследването и онагледяването има за цел да оформи у учащите се постепенно понятието за непрекъснатост.

Авторите на настоящата книга са се старали да овладеят и пренесът съветския опит в преподаването на елементарната математика, като упознаят и се съобразят с нашите условия по този въпрос. В това отношение особено полезна се явява книгата „Специалный курс элементарной алгебры“ на С.И.Новоселов, в която е отразен досегашният опит на съветските педвузи, както и някои части от съветската „Енциклопедия элементарной математики“, дълбоко влияние от която читателят ще намери в настоящата алгебра.

1  
София, септември 1953 г.

Проф. д-р Любомир Илиев, зав.  
катедрата по „Експ. анализа с  
елементарна математика“ при  
Софийския университет

Съ д ъ р ж а н и е

Стр.

	Предговор. . . . .	3
	Въведение. . . . .	7
§	1 Множества. . . . .	7
§	2 Основни числови множества. . . . .	10
§	3 Разположеност на числовите полета. . . . .	18
§	4 Съответствие между числови и точкови множе- ства . . . . .	21

Част I. АЛГЕБРИЧНИ ИЗРАЗИ

Глава I. Многочлени

§	5 Аналитични изрази. . . . .	25
§	6 Функции . . . . .	30
§	7 Тъждествени преобразувания и рационални опе- рации над аналитични изрази. . . . .	34
§	8 Едночлени . . . . .	36
§	9 Многочлени . . . . .	40
§	10 Функции, представени с многочлени на един ар- гумент, и графичното им представяне. . . . .	44
§	11 Графики на някои многочлени. . . . .	46
§	12 Теорема за тъждественост на многочлени. . . . .	59
§	13 Действия с многочлени. Пръстени на многочле- ните над числово поле или над числов пръстен. . . . .	62
§	14 Формули за съкратено умножение. Някои основ- ни тъждества . . . . .	65
§	15 Деление на многочлени. . . . .	78
§	16 Разлагане многочлени на множители. . . . .	85

Глава II. Дробни рационални изрази

§	17 Видове рационални изрази. Представяне в дей- ствия с тях. . . . .	90
§	18 Полето на рационалните изрази. . . . .	95
§	19 Тъждествени преобразувания на дробни рационал- ни изрази. . . . .	96
§	20 Степени с цял отрицателен и нулев показател . . . . .	105
§	21 Изследване на дробни рационални функции. . . . .	107

Глава III. Ирационални изрази

§22	Радикали над полето на реалните числа. . . . .	122
§23	Преобразуване на изрази, съдържащи радикали . . . . .	129
§24	Степен с дробен показател. . . . .	136
§25	Изследване на ирационални функции. . . . .	138

Част II. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Глава IV. Общи свойства

§26	Уравнения. . . . .	162
§27	Еквивалентни уравнения . . . . .	164
§28	Неравенства. . . . .	170

Глава V. Уравнения и неравенства от първа степен

§29	Линейни уравнения. . . . .	183
§30	Линейни системи. . . . .	187
§31	Неравенства и системи от неравенства от първа степен. . . . .	198

Глава VI. Уравнения и неравенства от втора и по-висока степен

§32	Квадратни уравнения. . . . .	211
§33	Уравнения, които се свеждат към квадратни . . . . .	218
§34	Дробни уравнения . . . . .	229
§35	Ирационални уравнения. . . . .	234
§36	Системи уравнения от втора степен с две неизвестни. . . . .	245
§37	Неравенства от степен по-голяма от единица . . . . .	251
§38	Ирационални неравенства с един аргумент. . . . .	263
§39	Някои забележителни неравенства. . . . .	269

Част III. КОМБИНАТОРИКА

§40	Съединения без повторения. . . . .	276
§41	Съединения с повторения. . . . .	280
	Използувана литература . . . . .	292
	Съдържание. . . . .	293