

Г. БРАДИСТИЛОВ  
І. ТОТОВ  
Е. БОЖОРОВ  
С. МАНОЛОВ

# ВИСША МАТЕМАТИКА

ЧАСТ І

ТЕХНИКА



проф. д-р ГЕОРГИ БРАДИСТИЛОВ  
доц. д-р ЕФТИМ БОЖОРОВ

доц. ГЕОРГИ ТОТОВ  
доц. СПАС МАНОЛОВ

# ВИСША МАТЕМАТИКА

## ЧАСТ ПЪРВА

АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЯ НА РАВНИНАТА. ДЕТЕРМИНАНТИ  
АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЯ НА ПРОСТРАНСТВОТО  
ВЕКТОРНО СМЯТАНЕ

Под научната редакция на проф. д-р Г. Брадистилов

ДЪРЖАВНО ИЗДАТЕЛСТВО „ТЕХНИКА“  
СОФИЯ — 1963

## ПРЕДГОВОР

Първата част на учебника по висша математика съдържа материала по аналитична геометрия и детерминанти, предвиден в програмата на разширения курс по висша математика за висшите технически институти. Съдържанието, структурата и начинът на изложението са до известна степен сходни с тези на досегашния учебник по аналитична геометрия от проф. д-р Г. Брадистилов и на някои места има взаимствуващо от този учебник.

Изграждането на материията в различните параграфи на тази книга се е обсъждало при участието на целия колектив, но все пак в това изграждане се отразява и индивидуалното разбиране на автора, който е написал съответния параграф. § 1, 2, 3, 9 и 10 са написани от Сп. Манолов, § 4, 5, 6, 11, 13 — от Е. Божоров, а § 7, 8, 12 — от Г. Тотов.

Книгата е разделена на две глави. В първата глава е изградена скаларно аналитичната геометрия на равнината и теория на детерминантите, а във втората — векторно аналитичната геометрия на пространството. Този метод за изграждане на аналитичната геометрия смятаме за целесъобразен, понеже начинаещите, които не са изучавали аналитична геометрия в 7 гимназията, по-мъчно биха се справили с изучаването ѝ, ако още в самото начало се приложи векторният метод.

Авторите

# СЪДЪРЖАНИЕ

## Въведение

### I. Аналитична геометрия на равнината. Детерминанти

#### § 1. Основни елементи на координатния метод.

1. Ос. Насочена отсечка (сегмент). Алгебрична мярка (релативна стойност). Релация на Шал. Стр. 5 — 2. Координатна система върху права. Обобщение на релацията на Шал. Стр. 7 — 3. Ъгли между две посоки. Измерване на ъглите. Стр. 9 — 4. Основни положения от теория на проекциите. Стр. 12 — 5. Декартови координатни системи на равнината. Стр. 15 — 6. Полярна координатна система в равнината. Стр. 18 — 7. Разстояние между две точки в равнината. Стр. 22 — 8. Деление на отсечка в дадено отношение. Стр. 23 — 9. Център на тежестта на  $n$  материали точки. Стр. 25 — 10. Определителни елементи на направление. Стр. 26 — 11. Ъгъл между две посоки и две направления. Стр. 30 — 12. Задачи. Стр. 33

#### § 2. Уравнения на линия. Трансформация на декартова координатна система.

1. Уравнение на линия и декартови координати. Стр. 36 — 2. Уравнение на линия в полярни координати. Стр. 38 — 3. Алгебрични и трансцендентни линии. Стр. 38 — 4. Условие две алгебрични уравнения да представляват една и съща линия. Стр. 39 — 5. Параметрични уравнения на линия. Стр. 41 — 6. Трансформация на координатната система. Стр. 43 — 7. Ред (степен) на алгебрични криви. Стр. 48 — 8. Задачи. Стр. 50.

#### § 3. Права линия

1. Нормално и общо уравнение на права. Стр. 53 — 2. Уравнения на прави линии в частни положения. Стр. 57 — 3. Уравнение на права с ъглов коефициент (декартово уравнение на права линия). Стр. 58 — 4. Уравнение на права през една и две точки. Отрезово уравнение на права Стр. 60 — 5. Взаимно положение на две прави. Стр. 61 — 6. Ъгъл между две прави. Условие за успоредност и перпендикулярност на две прави. Стр. 64 — 7. Параметрични уравнения на права. Стр. 66 — 8. Разстояние от точка до права. Стр. 68 — 9. Сноп прави. Ъглополовящи на ъглите между две прави. Стр. 70 — 10. Уравнение на права в полярни координати. Стр. 75 — 11. Хомогенни координати. Стр. 76 — 12. Задачи. Стр. 79

#### § 4. Детерминанти

1. Пермутации. Стр. 85 — 2. Детерминанти от втори ред. Стр. 89 — 3. Детерминанти от произволен ред. Стр. 92 — 4. Поддетерминанти и адюнгирано количество. Стр. 97 — 5. Умножение на детерминанти. Стр. 105 — 6. Няколко специални детерминанти. Стр. 106 — 7. Задачи. Стр. 109

#### § 5. Линейни системи уравнения

1. Линейна система. Решаване на нехомогенна система. Стр. 111 — 2. Хомогенна система. Стр. 125 — 3. Приложение на детерминантите и линейните системи в аналитичната геометрия. Стр. 128 — 4. Задачи. 132

#### § 6. Окръжност

1. Уравнение на окръжност в декартови координати. Стр. 134 — 2. Параметрични уравнения на окръжност. Стр. 138 — 3. Уравнение на окръжността в полярни координати. Стр. 139 — 4. Инверсия. Стр. 140 — 5. Взаимно положение на точка, права и окръжност. Стр. 141 — 6. Допирателна към окръжност. Стр. 144 — 7. Степен на точка спрямо окръжност. Стр. 145 — 8. Радикална ос на две окръжности. Стр. 146 — 9. Сноп окръжности. Стр. 147 — 10. Задачи. Стр. 148

## § 7. Елипса, хипербола и парабола

1. Уравнение на трите конусови сечения. Стр. 149 — 2. Парабола. Стр. 151 — 3. Елипса. Стр. 153 — 4. Хипербола. Стр. 158 — 5. Елипса, хипербола, парабола като конусови сечения. Някои исторически бележки. Стр. 162 — 6. Диаметри на конусово сечение. Спрегнати диаметри. Стр. 163 — 7. Допирателна на конусно сечение. Стр. 168 — 8. Полюс и поляра относно конусово сечение. Стр. 171 — 9. Физични свойства на елипса, хипербола и парабола. Стр. 175 — 10. Параметрични уравнения на елипса и хипербола. Стр. 177 — 11. Елипса като проекция на окръжност. Геометрично значение на ексцентричната ѝ аномалия. Стр. 178 — 12. Задачи. Стр. 179

## § 8. Обща теория на линиите от втора степен.

1. Общо уравнение на линия от втора степен. Стр. 185 — 2. Елиптични, параболични и хиперболични линии от втора степен. Стр. 187 — 3. Център. Централни и нецентрални линии от втора степен. Централно уравнение на линия с център. Стр. 188 — 4. Осно (канонично) уравнение на централна линия от втора степен. Стр. 192 — 5. Инварианти на линия от втора степен. Използване на инвариантите за канонизиране уравнението на централна линия. Стр. 194 — 6. Изследване осното уравнение на централна линия от втора степен. Стр. 197 — 7. Оси на централна линия от втора степен. Построяване. Стр. 199 — 8. Нецентрална линия от втора степен. Опростиране на уравнението им. Изследване. Стр. 202 — 9. Ос и връх на параболата. Стр. 206 — 10. Канонизиране уравнението на параболата. Построяване Стр. 207 — 11. Брой на условията, които определят една линия от втора степен. Стр. 210 — 12. Задачи. Стр. 212

## II. Аналитична геометрия на пространството. Векторно смятане

### § 9. Координатни системи

1. Декартова правоъгълна координатна система в пространството. Стр. 221 — 2. Семиполярна (цилиндрична) координатна система в пространство о. Стр. 224 — 3. Полярна (сферична) координатна система в пространството. Стр. 224 — 4. Разстояние между две точки в пространството. Стр. 225 — 5. Деление на отсека в задено отношение. Стр. 226 — 6. Посочни (директни) конуси на една ос. Стр. 227 — 7. Задачи. Стр. 228

### § 10. Векторно смятане.

1. Дефиниция и правила за пресмятане с вектори. Стр. 230 — 2. Линейна зависимост от вектори и координати на вектори. Приложение. Стр. 236 — 3. Скаларно произведение на два вектора. Приложения. Стр. 241 — 4. Векторно произведение от два вектора. Приложения. Стр. 246 — 5. Смесено (пространствено) произведение. Приложения. Стр. 252 — 6. Други произведения. Приложения. Стр. 255 — 7. Трансформация (смяна) на координатната система в пространството. Стр. 258 — 8. Овалови търгли при въртенето на една координатна система. Стр. 261 — 9. Задачи. Стр. 264

### § 11. Уравнение на повърхнина и уравнения на линия

1. Уравнение на повърхнина. Стр. 273 — 2. Уравнение на линия. Пресечна точка на три повърхнини. Стр. 277 — 3. Уравнение на цилиндрична повърхнина с образователи успоредни на една от координатните оси. Стр. 279 — 4. Проекция на пространствена линия върху една координатна равнина. Стр. 280 — 5. Ротационна повърхнина. Стр. 281 — 6. Цилиндрична повърхнина (общ случай). Стр. 283 — 7. Конична повърхнина. Стр. 284 — 8. Алгебрична повърхнина. Стр. 285 — 9. Задачи. Стр. 285

### § 12. Равнина и права в пространството

1. Уравнение на равнина, която минава през дадена точка и е перпендикулярен на дадена посока. Стр. 288 — 2. Нормално уравнение на равнина. Стр. 289 — 3. Общо уравнение на равнина. Привеждане на общото уравнение в нормален вид. Стр. 290 — 4. Изследване на о што уравнение на равнина. Стр. 292 — 5. Отрезово уравнение на равнина. Стр. 294 — 6. Уравнение на равнина, която минава през три точки. Стр. 295 — 7. Уравнение на равнина, минаваща през дадена точка и успоредна на две посоки. Стр. 297 — 8. Разстояние от точка до равнина. Стр. 299 — 9. Взаимно положение на две равнини. Тъгъл между две равнини. Стр. 300 — 10. Уравнение на права, която минава през дадена точка и е успоредна на дадена посока. Стр. 302 — 11. Уравнение на права през две точки. Стр. 305 — 12. Права

като пресечница на две равнини. Общо уравнение на права. Стр. 306 — 13. Сноп и връзка равнини. Стр. 308 — 14. Взаимно положение на две прави. Ъгъл между две прави. Стр. 310 — 15. Взаимно положение на права и равнина. Ъгъл между права и равнина. Стр. 312 — 16. Задачи. Стр. 314

§ 13. Повърхнини от втора степен.

1. Изследване на уравнение. Стр. 319 — 2. Елипсоид. Стр. 324 — 3. Хиперболоиди. Стр. 325 — 4. Конус. Стр. 328 — 5. Параболоиди. Стр. 329 — 6. Цилиндри Стр. 331 — 7. Задачи. Стр. 332

ВИСША МАТЕМАТИКА, ч. I

Проф. д-р Георги Брацилов \* доц. Георги Тотев

Доц. д-р Евтим Божоров \* доц. Спас Манолов

Художествен редактор Л. Коцев

Технически редактор Ил. Пенков

Художник Г. Дончев

Коректор Н. Христова

Дадена за набор на 10. VIII. 1963 г.

Подписана за печат на 29. X. 1963 г.

Печатни коли 21,00 Издателски коли 21,00

Формат 10/65/92 Тираж 1066

Издателски № 2551/1-4 Тематичен № 472

Книжно тяло 1,0 лв. Подвързия 0,23 лв. Цена 1,28 лв. 1962 г.

Държавно издателство „Техника“, бул. Руски 6, София

Държавна печатница „Т. Димитров“, кл. № 1 — София, пор. № 14561