

УНИВЕРСИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА № 93

ВИСЦА АЛГЕБРА

ОТЪ

Н. ОБРЕШКОВЪ

редовенъ професоръ



СОФИЯ
ПЕЧАТНИЦА „ХУДОЖНИКЪ“
1930

а. Бойчукъ

УНИВЕРСИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА № 93

ВИСША АЛГЕБРА

отъ

Н. ОБРЕШКОВЪ
редовенъ професоръ

ТОМЪ ПЪРВИ



СОФИЯ
ПЕЧАТНИЦА ХУДОЖНИКЪ
1930

ПРЕДГОВОРЪ

Настоящиятъ учебникъ съдържа, съ нѣкои допълнения, лекциите, които чета първите две години на студентите математики и първата година на студентите по физика.

Въ центъра на изложението, както трѣбва да бѫде, стои теорията на алгебричните уравнения. Но и другите отдѣли от Алгебрата, тѣсно свързани съ тази теория, намиратъ достатъчно подробно изложение.

Понятието за група доминира въ съвременната Алгебра. Ето защо отдѣлихъ доста място за теорията на групите, значението на която и за другите клонове на математиката е голѣмо. Нѣкои въпроси, които сѫ въ връзка и съ анализа, добиха напоследъкъ значително развитие. Такъвъ е напримѣръ въпроса за разпределението на корените на уравненията въ равнината на комплексните числа, на който се спрѣхъ достатъчно.

Изобщо стремѣхъ се да дамъ на читателя основите на модерната Алгебра, за да бѫде той подготвенъ и за самостоятелни изучавания.

При извръшване на коректурите ми помогнаха г. г. асистентите Брадистиловъ и Петканчинъ, за чието усърдие изказвамъ тукъ своята дѣлбока благодарностъ.

София, юлий 1930.

Н. Обрешковъ.

СЪДЪРЖАНИЕ

ЧАСТЬ I

Основни свойства на полиномитъ.

Глава I. Уводъ.

Стр.

1. Промънливи и функции	5
2. Рационални функции	5
3. Уравнения	6

Глава II. Комплексни числа.

1. Дефиниция	7
2. Сума	8
3. Разлика	8
4. Произведение	8
5. Частно	9
6. Конюговани комплексни числа	10
7. Геометрическо представяне на комплексните числа	10
8. Теореми за модулитъ	12
9. Формула на Moivre	13
10. Нѣкои геометрични приложения	14
11. История	15

Глава III. Свойства на полиномитъ.

1. Теорема за голѣми стойности на $ z $	15
2. " " малки " " "	17
3. Формула на Taylor и производни	18
4. Биномната и полиномна формули	19

ЧАСТЬ II

Теория на детерминантитъ и приложения.

Глава I. Основни свойства на детерминантитъ.

1. История	23
2. Дефиниция на детерминанти	23

3. Елементарни свойства на детерминантите	28
4. Адюнгирана количества и детерминантата като функция на елементите на единъ редъ	30

X Глава II. Система линейни уравнения.

1. Обща система	35
2. Система хомогенни уравнения	35
3. Обобщение. Теорема на Rouché	37
4. Примъри	43

Глава III. Други свойства.

1. Миньори	45
2. Правило на Laplace	46
X 3. Умножение на детерминанти	50
4. Примъри	54
5. Умножение на матрици	55
X 6. Адюнгирана детерминанта	58
7. Теорема на Sylvester	61

X Глава IV. Специални детерминанти.

X 1. Детерминанта на Vandermonde	62
X 2. Циркулани	64
3. Континоанти	65
4. Детерминанта на Smith	67
X 5. Симетрични детерминанти	68
X 6. Полусиметрични детерминанти	72
7. Пфафианъ	74
8. Линеарна зависимост на функциите. Детерминанта на Gram	74
X 9. Ортогонални детерминанти	76
10. Безкрайни детерминанти. Теорема на Poincaré	80
11. Теорема на Hadamard за максималната стойност на една детерминанта	82

Глава V. Квадратични и билинеарни форми.

1. Смѣтане съ матрици	85
2. Билинеарни форми	88
3. Квадратични форми	89
4. Рецирочна форма	90
5. Рангъ на квадратичната форма	91
6. Трансформация на квадратичната форма на сума отъ квадрати	91
7. Ортогонална трансформация	93
8. Законъ за инерцията на квадратичните форми	96
X 9. Дефинитни форми	97
10. Хермитови форми	100

ЧАСТЬ III

Главни свойства на алгебричните уравнения.

~~Х~~ Глава I. Основна теорема на алгебрата и непосредствени следствия.

1.	Теорема на D'Alembert за съществуване на коренъ	103
2.	Разлагане въ линейни множители	105
3.	Уравнения съ реални коефициенти	107
4.	Най-голъмъ общъ дължитель на два полинома	108
5.	Отдъляне на многократните корени	111

~~X~~ Глава II. Интерполяция.

1.	Формула на Lagrange	114
2.	Формула на Newton	116
3.	Разлики	118

~~X~~ Глава III. Симетрични функции.

1.	Прости симетрични функции	120
2.	Степенни сборове	123
3.	Другъ методъ за пресметване на степенните сборове	125
4.	Формули на Waring за степенните сборове	126
5.	Пресметване на простите симетрични функции	128
6.	Теорема на Brioschi и Cayley за степента и теглото на симетричните функции	129
7.	Методъ на Cauchy за пресметване на симетричните функции	132
8.	Дробни рационални симетрични функции	135
9.	Рационални функции отъ корените на едно уравнение	136

~~X~~ Глава IV. Елиминация.

1.	Елиминация посредствомъ симетрични функции	137
2.	Елиминиране посредствомъ търсене на най-голъмъ общъ дължитель	143
3.	Методъ на Euler	144
4.	Методъ на Sylvester	146
5.	Методъ на Bézout	150
6.	Подробно изследване на метода на Bézout	152
7.	Дискриминанта	159
8.	Връзка между дискриминантата и резултантата	161
9.	Две уравнения съ две неизвестни. Теорема на Bézout	162
10.	По- подробно изследване на въпроса	164
11.	Двузначни функции	166

X Глава V. Трансформация на уравненията.

1. Прости случаи	168
2. Правило на Horner	170
3. Трансформация на Tschirnhaus	172
4. Нѣкои приложения	173
5. Трансформация на Jerrard	175
6. Обща трансформация	176
7. Уравнение на квадрата отъ разликитѣ отъ коренитѣ	178

ЧАСТЬ IV

Числено решение на уравненията.

X Глава I. Граници на коренитѣ и отдѣляне на рационалниятѣ корени.

1. Дефиниция	180
2. Правило на Lagrange	180
3. Методъ на Newton	181
4. Правило на Laguerre	182
5. Методъ на Cauchy	182
6. Методъ на групиране	183
7. Долна граница на реалнитѣ корени	185
8. Цѣли рационални корени	186
9. Дробни рационални корени	189

X Глава II. Брой на коренитѣ въ единъ интервалъ.

1. Методъ на субституциите	190
2. Теорема на Rolle	192
3. Примѣръ	195
4. Теорема на Poulaing-Hermite	197
5. Теорема на Descartes	203
6. Доказателство и обобщение на Laguerre	203
7. Теорема на Budan-Fourier	206
8. Теорема на Newton и Sylvester	209
9. Методъ на Lagrange и Cauchy	215
10. Теорема на Sturm	217
11. Случай на многократни корени	219
12. Обобщение	220
13. Полиноми на Legendre	221
14. Теорема на Biehler	223
15. Брой на коренитѣ посрѣдствомъ квадратични форми	224
16. Друга теорема	230

~~X~~ Глава III. Методи за пресмѣтане на коренитѣ.

1. Методъ на Newton	230
2. Правило на Fourier	232
3. Regula falsi	235
4. Методъ на Horner	237
5. Методъ на Lagrange	239
6. Методъ на Graeffe	243

~~—~~ Глава IV. Брой на коренитѣ въ една областъ.

1. Теорема на Cauchy	247
2. Приложения	249
3. Уравнения, на които всички корени иматъ отрицателна ре- ална частъ	252
4. Уравнения, на които коренитѣ лежатъ въ една окръжностъ	259
5. Уравнения съ положителни коефициенти	261
6. Решение на тѣзи въпроси съ квадратични форми	263

~~—~~ Глава V. Нѣкои теореми за разпределението на коренитѣ въ
равнината на комплексните числа.

1. Теорема на Gauss	268
2. Теорема на Laguerre	269
3. Теорема на Fejér	270
4. Теорема на Grace	272
5. Теореми за композиране	275
6. Теорема на Grace—Heawood	279
7. Нѣкои множители въ теорията на алгебричните уравнения	280
8. Обобщение на теоремитѣ на Descartes и Fourier за ком- плексни корени	282

ЧАСТЬ V.

Алгебрическо решение на уравненията.

~~X~~ Глава I. Алгебрическо решение на уравненията отъ трета и
четвърта степень.

1. Уравнения отъ трета степень	287
2. Разискване на формулата	289
3. Решение на уравненията отъ четвърта степень	292
4. Разискване на решението	293
5. Методъ на Descartes	295
6. Разискване на решението	296
7. Общъ методъ на Lagrange	298

X Глава II. Реципрочни уравнения.

1. Реципрочни уравнения	304
2. Биномни уравнения	307

X Глава III. За коренитѣ на единицата.

1. Примитивни корени	311
2. Нѣкои общи теореми	314
3. Брой на примитивнитѣ корени	317
4. Уравнение на примитивнитѣ корени	318
5. Степенни сборове за коренитѣ на единицата	320

X Глава IV. Область на рационалностъ и неразложимостъ на уравненията.

1. Область на рационалностъ	321
2. Разложимостъ на полиномитѣ	324
3. Лема на Gauss	325
4. Теорема на Schönenmann и Eisenstein	325
5. Методъ на Kronecker за разложимостъ	327
6. Неразложимостъ на уравнението на примитивнитѣ корени на биномното уравнение	328

X Глава V. Теория на числата.

1. Конгруенции	332
2. Остатъци	334
3. Конгруенции отъ първа степень	335
4. Система конгруенции съ различни модули	338
5. Индикаторъ на едно число	340
6. Сума отъ индикаторитѣ на дѣлителитѣ на едно число	342
7. Сума отъ дѣлителитѣ на едно число и нѣкои приложения	343
8. Конгруенции отъ по-високи степени	345
9. Максималенъ брой на коренитѣ	346
10. Биномни конгруенции	348
11. Теорема на Fermat—Euler	350
12. Примитивни корени на биномнитѣ конгруенции	352
13. Теорема на Wilson	354
14. Други доказателства на теоремата на Wilson	355

X Глава VI. Продължение отъ теорията на числата. Теория на квадратичнитѣ остатъци.

1. Конгруенции отъ втора степень	356
2. Критерии на Euler	358
3. Представяне на числата на сума отъ два квадрата	360
4. Лема на Gauss	362

5. Законъ за реципрочността на квадратичните остатъци	364
6. Приложения	367
7. Теорема на Lagrange	368
8. Уравнение на Pell	371

Глава VII. Абелеви уравнения.

1. Дефиниция и групиране на корените	378
2. Редукция къмъ помощни уравнения	381
3. Циклични уравнения	384
4. Уравнения съ реални кофициенти	387
5. Циклично уравнение съ съставна степен	388

Глава VIII. Алгебрическо решение на биномните уравнения.

1. Биномните уравнения разглеждани като абелеви	391
2. Друго решение	392
3. Примър	394
4. Решими съ линийка и пергель конструктивни задачи	408
5. Дължение на жгъла на три равни части	411

Глава IX. Алгебрическа нерешимост на уравненията отъ степен по-висока отъ четири.

1. Уводъ	413
2. Обща форма на алгебрическа функция	414
3. Доказване на теоремата за алгебрическа нерешимост	417

ЧАСТЬ VI.

**Теория на группите и приложение въ алгебрическото
решение на уравненията.**

Глава I. Субституции.

1. Дефиниция	424
2. Степени на една субституция	426
3. Кръгови субституции	429
4. Подобни и комутативни субституции	433

Глава II. Комплекси и групи.

1. Комплексъ	435
2. Група	436
3. Абстрактни групи	439
4. Подгрупи и разлагане по тяхъ	442
5. Транзитивни и интранзитивни субституционни групи	445

VIII

Глава III. Полиноми, принадлежащи на една група отъ субституции.

1. Връзка между реда на групата и броя на стойностите на функцията	446
2. Уравнение за стойностите на полиномите	449
3. Полиноми, принадлежащи на една група: теорема на Lagrange	450

Глава IV. Инвариантни подгрупи и разлагане на групата.

1. Инвариантни подгрупи	454
2. Факторни групи	457
3. Редът на разлагане на една група. Теорема на Jordan-Hölder	459
4. Редът на разлагане на симетричната група	463

Глава V. Специални групи.

1. Абелеви групи	467
2. Линейни групи отъ субституции	471
3. Полиноми, принадлежащи на една линейна група	474
4. Исторически бележки	476

Глава VI. Теория на Galois.

1. Група на едно уравнение	476
2. Свойства на групата на едно уравнение	480
3. Примери за групи на Galois	483
4. Понижение на групата на едно уравнение съ адюнгиране на рационална функция	484
5. Адюнгиране на корени на помощни уравнения	487
6. Обща теорема на Galois за алгебрична разрешимост	492

Глава VII. Приложения на теорията на Galois.

1. Уравнения на Galois	494
2. Приложение въ алгебричното решение на уравненията отъ пета степен	498
3. Числени уравнения, на които групата е симетричната	505
4. Уравнения на Abel	509
