

ТСКА БИБЛИОТЕКА № 163

ВИСША АЛГЕБРА

ТОМЪ II.

ТЕОРИЯ НА АЛГЕБРИЧНИТЪ ЧИСЛА, КОМБИНАТОРИКА,
ТЕОРИЯ НА ВЪРОЯТНОСТИТЪ И ПРИЛОЖЕНИЯ
ВЪ СТАТИСТИКАТА.

ОТЪ
Д-РЪ Н. ОБРЕШКОВЪ
РЕЛОВЕНЪ ПРОФЕСОРЪ



СОФИЯ — SOFIA
ПРИДВОРНА ПЕЧАТНИЦА — IMPRIMERIE DE LA COUR
1935

Предговоръ.

Въ настоящия учебникъ излагамъ отначало теорията на алгебричните числа и комбинаториката, като така попълвамъ естествено учебника ми по Висша Алгебра т. I.

Следъ това давамъ изложение на теорията на вѣроятноститѣ, като се стремя да дамъ всички основни и важни положения на тази теория, които сж достатъчни за пълното ѝ опознаване и за широкото приложение въ другитѣ науки.

Накрая излагамъ общитѣ методи и резултати на математическата статистика, като на теорията на корелациитѣ отдѣлихъ доста мѣсто по причина на практическото ѝ значение.

София, ноемврий 1935.

Н. Обрешковъ.

СЪДЪРЖАНИЕ.

ЧАСТЪ I.

Теория на алгебричните числа.

ГЛАВА I.

Рационално числово тѣло.

	Стр.
1. Модулъ и числово тѣло	1
2. Дѣлимостъ на цѣлитѣ рационални числа	2
3. Евклидовъ алгоритъмъ	3
4. Основна теорема за разлагане на числата въ произведение	7
5. За общия най-голѣмъ дѣлителъ и общото най-малко кратно на нѣколко числа	9

ГЛАВА II.

Квадратно числово тѣло.

1. Дефиниция и основни свойства	12
2. Цѣли числа въ тѣлото	15
3. Дѣлимостъ на цѣлитѣ числа	20
4. Евклидовъ алгоритъмъ и еднозначностъ на разлагането	22
5. Неразложими цѣли числа въ тѣлото $R(i)$	27

ГЛАВА III.

Алгебра на числовитѣ тѣла.

1. Основни свойства	30
2. Алгебрични числа относно K	31
3. Релативно алгебрично числово тѣло	33
4. Адюнгиране на нѣколко алгебрични числа	36
5. Фундаментални системи	38

ГЛАВА IV.

Аритметика на числовитѣ тѣла.

1. Дефиниция на цѣло алгебрично число и основни свойства	42
2. Дѣлимостъ на цѣлитѣ числа и единици	43
3. База и дискриминанта на тѣлото	46
4. Други свойства на цѣлитѣ числа	48

ГЛАВА V.

Идеали.

1. Дефиниция и основни свойства	51
2. Произведение на идеали и дѣлимостъ	54
3. Прости идеали и нѣкои основни теореми за идеалитѣ	56
4. Общъ най-голѣмъ дѣлителъ на два идеали	61
5. Разлагане на идеалитѣ на произведение отъ прости	63

ГЛАВА VI.

Норми на идеалитѣ.

1. Конгруенци спрямо единъ идеалъ	64
2. Норма на идеала	66
3. Прости идеали	74
4. Разлагане на прости идеали въ тѣлото $K(\sqrt{-5})$	77
5. Идеални класи	79

ГЛАВА VII.

Теорема на Minkowski за основното число на Dirichlet
за единицитѣ.

1. Теорема на Minkowski за основното число	82
2. Теорема на Minkowski за линейнитѣ форми	87
3. Теорема на Dirichlet за единицитѣ	90
4. Единици въ квадратното тѣло	101

ЧАСТЪ II.

Комбинаторика.

ГЛАВА I.

Прости съединения.

1. Пермутации	105
2. Вариации	111
3. Комбинации	112

ГЛАВА II.

Съединения съ повторение.

1. Пермутации съ повторение	118
2. Вариации съ повторение	119
3. Комбинации съ неограничено повторение	120
4. Комбинации съ ограничено повторение	124
5. Други методи за пресмѣтане на броя на комбинациитѣ съ ограни- чено повторение	128
6. Регулярни комбинации	131
7. Вариации съ ограничено повторение	135
8. Други видове комбинации	140

ГЛАВА III.

Биномната и полиномната теорема и формулата на Abel.

1. Биномната теорема.	142
2. Полиномната теорема.	148
3. Формула на Abel.	149

ГЛАВА IV.

Други групи отъ съединения.

1. Пермутации съ ограничение за мѣстото на елементитѣ	152
2. Комбинации съ ограничение за мѣстата.	160

ЧАСТЪ III.

Теория на вѣроятноститѣ.

ГЛАВА I

Основни свойства на математическата вѣроятность.

1. Дефиниция на вѣроятность.	163
2. Противно събитие	165
3. Тотална вѣроятность	166

ГЛАВА II.

Изчисление на вѣроятноститѣ по непосредствено преброяване на благоприятнитѣ и възможнитѣ случаи.

1. Нѣколко прости примѣри отъ играта на карти и хвърляне на зарове.	168
2. Задачата за тритѣ шкафа	170
3. Задачи отъ теглене на топки отъ урна	171
4. Проблемата за срѣщата.	175
5. Проблеми отъ лотария	177
6. Проблема на Moivre	179
7. Проблема за многократно теглене отъ урна	183

ГЛАВА III.

Сложна вѣроятность.

1. Теорема за умножение на вѣроятноститѣ	186
2. Нѣколко прости примѣри	189
3. По-сложна задача за теглене на топки отъ урна.	192
4. Играта на 30 и 40.	194
5. Задачата за тримата играчи.	197
6. Примѣръ отъ теорията за наследствеността на Mendel	199
7. Вѣроятность за повторение на едно събитие при многократно изпитване	202
8. Вѣроятность за опредѣленъ брой сбждване на едно събитие.	204
9. Нѣкои коефициенти, характеризиращи връзката между две събития.	208

ГЛАВА IV.

Математична надежда и игри.

1. Математична надежда	216
2. Математична надежда на броя на сбъдването на едно събитие при многократно изпитване	219
3. Няколко задачи	220
4. Проблемата на Петербургъ	224
5. Разоряване на играчитъ	225
6. Игри при неограниченъ капиталъ	231
7. Игри при ограниченъ капиталъ	233
8. Обща проблема на Rouché	238

ГЛАВА V.

Законъ за голѣмитъ числа.

1. Постановяне на проблемата	246
2. Формула на Stirling	247
3. Асимптотична формула за най-голѣмата вѣроятность	251
4. Формула на Laplace	251
5. Теорема на Bernouilli	256
6. Изучаване на функцията $\Phi(t)$	257
7. Срѣдна стойность на отклонението и на неговитъ степени	257
8. Законъ за вѣроятноститъ на суми отъ отклонения	259
9. Някои примѣри	262
10. Формула на Poisson	264
11. Приближение на Pearson	266

ГЛАВА VI.

Теорема на Чебишевъ и следствия.

1. Математична надежда на едно промѣнливо	271
2. Лема на Чебишевъ	273
3. Неравенство и теорема на Чебишевъ	274
4. Теорема на Чебишевъ	278
5. Теорема на Poisson	279
6. Друго следствие отъ теоремата на Чебишевъ	281
7. Разширение на теоремата на Чебишевъ за зависими величини. Теорема на Марковъ	283

ГЛАВА VII.

Вѣроятность на причинитъ.

1. Постановяне на въпроса	291
2. Теорема на Bayes	292
3. Няколко примѣри	294
4. Задачи отъ теглене на топки отъ урни	297
5. Случай на безбройни възможни вѣроятности a priori	299
6. Най-вѣроятно предположение	302
7. Обръщане на теоремата на Bernouilli	304
8. Извеждане на Laplace	308

	Стр.
9. Асимптотична формула за разтяшо n съ постоянно m	313
10. Въроятност на бждещи събития	316
11. Проблема на Poisson за броя на малките планети	320

ГЛАВА VIII.

Законъ на Gauss за грѣшките.

1. Дефиниция и класификация на грѣшките отъ наблюденията . . .	324
2. Законъ на Gauss за грѣшките	325
3. Въроятна грѣшка	329
4. Срѣдна на грѣшките	330
5. Срѣдна грѣшка и други	330
6. Срѣдна грѣшка на аритметичната срѣдна на нѣколко грѣшки . .	333
7. Опредѣляне на срѣдната грѣшка отъ наблюдение	335
8. Принципъ на най-малките квадрати	337
9. Тяжестъ на наблюденията	338
10. Примѣръ отъ експериментално опредѣляне на постоянната въроят- ност на едно събитие	342
11. Другъ примѣръ	346
12. Срѣдна грѣшка на фунция отъ директно наблюдавани величини.	347
13. Методъ на най-малките квадрати	348

ГЛАВА IX.

Геометрически въроятности.

1. Дефиниция	352
2. Задача отъ положението на две точки върху дадена права . . .	357
3. Проблеми отъ положението на две точки върху окръжност, или сфера	361
4. Проблеми за положението на две точки въ единъ кръгъ, или въ една сфера	362
5. Аналогична проблема за квадрата	365
6. Задача за раздѣляне на дадена отсѣчка за образуване на три- гълникъ	365
7. Проблема на Buffon за иглата	367
8. Проблема на Laplace за иглата	371
9. Проблема за Марковъ за иглата	373
10. Връзка между въроятностъ и срѣдна стойностъ	375
11. Теорема за срѣдните стойности	377
12. Примѣри	378
13. Теорема на Crofton	381
14. Проблемата за четиритѣхъ точки за случай на тригълникъ и окръжност	385
15. Задачата на Bertrand	388
16. Въвеждане произволна функция	389
17. Теорема на Poisson за случай за независимост на резултата отъ произволната функция	392
18. Проблеми за положението на една права линия	393
19. Проблеми относно секантите на два контури	397

ЧАСТЬ IV.

Приложение на теорията на вѣроятноститѣ
въ статистиката.

ГЛАВА I.

Описателна статистика.

1. Статистическа вѣроятност, срѣдни величини и дисперсия	400
2. Графично представяне	403
3. Функцията сума.	404
4. Моменти	408
5. Пълно характеризирание на една редица съ моментитѣ	409
6. Редъ на Brgns	411
7. Развитие на Charlier	417
8. Криви на Pearson	420

ГЛАВА II.

Теоретическа статистика.

1. За статистичната вѣроятност.	424
2. Коефициентъ на дисперсията	426
3. Случай на различни вѣроятности въ групитѣ.	429
4. Критерий на Pearson	435
5. Изборенъ методъ въ статистиката	438

ГЛАВА III.

Теория на корелациитѣ,

1. Стохастическа зависимостъ.	441
2. Означения	442
3. Моменти	443
4. Регресиони криви. Скедастично уравнение.	447
5. Примѣръ	452
6. Некорелирине и условие за това	454
7. Минимално свойство на регресионитѣ линии.	456
8. Отношение на корелацията.	457
9. Друго мѣрно число	460
10. Нормални корелации.	466
11. Мѣрни числа, получени отъ даннитѣ на наблюдението	474
Таблица I	478

ЛИТЕРАТУРА.

- Edmund Landau, Vorlesungen über Zahlentheorie, Leipzig, т. III, 1927.
E. Hecke, Theorie der algebraischen Zahlen, Leipzig, 1923.
Paul Bachmann, Grundlehren der neueren Zahlentheorie, Berlin und Leipzig, 1921.
Eugen Netto, Lehrbuch der Combinatorik, Leipzig und Berlin, 1927, II издание.
Edmund Landau, Einführung in die elementare und analytische theorie der algebraischen Zahlen und de Ideale, Leipzig und Berlin, 1918.
Richard v. Mises, Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik, Leipzig und Wien, 1931.
R. de Montessus, Leçons élémentaires sur le calcul des probabilités, Paris 1908.
Émile Borel, Principes et formules classiques du calcul des probabilités, Paris, 1925.
R. Réisser et C. E. Traynard, Les principes de la statistique mathématique, Paris, 1933.
Emanuel Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung Statistik und Lebensversicherung, т. I. Leipzig und Berlin, 1929.
С. Н. Бернштейн, Теория вероятностей, Москва, 1934.
J. Bertrand. Calcul des probabilités, Paris, 1889.
H. Poincaré, Calcul des probabilités, Paris, 1908.
Paul Lévy, Calcul des probabilités, Paris, 1925.
R. Deltheil, Probabilités géométriques, Paris, 1826.
A. Khintschine. Asymptotische Gesetze der Warscheinlichkeitsrechnung, Berlin, 1933.
А. А. Марковъ, Исчисление вѣроятностей, Санктпетербургъ, 1908.
A. A. Tschuprow, Grundbegriffe und Grundprobleme der Kerelationsthéorie Leipzig und Berlin, 1925.
Emanuel Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler, Leipzig, 1891.
R. Deltheil, Erreurs et moindres carrés, Paris, 1930.
-