

СБОРНИК ОТ ЗАДАЧИ
ПО
АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЯ

ОТ
ДИМИТЪР СТ. ТАБАКОВ

РЕД. ПРОФ. ПРИ СОФ. УНИВЕРСИТЕТ

„Упражненията са не само пробен камък за знанията, ловкостта и дарбите на младежа, но разработват тези качества и ги закрепват великолепно. Винаги с тях се подготвя началото и пътя на самостоятелното творчество и успешния възход“.



СОФИЯ
УНИВЕРСИТЕТСКА ПЕЧАТНИЦА
1945

СБОРНИК ОТ ЗАДАЧИ
ПО
АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЯ

ОТ
ДИМИТЪР СТ. ТАБАКОВ

РЕД. ПРОФ. ПРИ СОФ. УНИВЕРСИТЕТ

„Упражненията са не само пробен камък за знанията, ловкостта и дарбите на младежа, но разработват тези качества и ги закрепват великолепно. Винаги с тях се подготвя началото и пътя на самостоятелното творчество и успешния възход“.



СОФИЯ
УНИВЕРСИТЕТСКА ПЕЧАТНИЦА
1945

ПРЕДГОВОР

За да се задоволят нуждите на студентите в първите години на моята преподавателска дейност, бяха издадени литографирани коли и задачи по Аналитична геометрия. По-късно, по настояването на Студентското Академично Физико-Математично дружество се издаде първото издание на моите лекции по „Основи на Аналитичната Геометрия“ в полза на дружеството.

Същото студентско дружество издаде Сборник от задачи по Аналитична Геометрия, в 1928 год.

Този сборник задоволяваше нуждите на студентите доста години. Обстоятелствата, при които беше издаден този сборник, не позволиха последният да бъде напечатан съгласно приготвения ръкопис. Бяха застъпени доста упражнения върху различните отдели и накрая в сборника имаше поместени общи задачи, които служеха за образец при разработването на писмена тема. Но при все това, не можеше да се счита, че този сборник отговаряше напълно на студентските нужди.

Независимо от това, изданието на Аналитичната геометрия се изчерпа и в 1934 год. се напечатаха лекциите ми по аналитична геометрия под № 150 на Университетската библиотека с заглавие „Основи на Аналитичната геометрия“. Това издание се различаваше, извънредно много от това на Студентското академично дружество. Естествено е, че се налагаше да се състави един нов сборник, който да съдържа разнообразни задачи, отговарящи на новия курс по Аналитична геометрия на равнината и пространството.

Задачите са наредени съгласно изложението в учебника. В началото задачите са лесни, многобройни и разнообразни, за да може един начинаещ студент да свикне с приложението на основните начала на Аналитичната геометрия. Всички лесни задачи имат отговори, а при по-сложните такива са дадени упътвания за хода на цялото решение. На доста задачи са дадени по няколко решения, които следват едно след друго. В други случаи различните решения са дадени на разни места въз основа на различни начала. Много задачи са решени аналитично и с помощта на проективната геометрия. Едновременното решение на една задача с тези методи е от извънредно голямо значение за един млад студент по математика. Тези два начина за решаване на задачите не се изключват, а напротив мощта на тяхното сдружение е по-голяма.

Решенията на задачите спомагат за едно основно разбиране на теорията, закрепват и разработват математичната и геометрична техника, увеличат младите математици към плодотворна работа и ги тласкат към творчество.

Без прилежно решаване на задачи е изключено един млад математик да пожъне голям успех. За да бъде един начинаещ добър геометър, желателно е той да прави винаги чертежи не върху листата на книгака, която чете, но върху отделни листа бяла хартия и то с пламенно усърдие, а не принудително. Може би, началото за мнозина ще бъде трудно, поради отсъствие на надлежна подготовка по различни причини. Обаче, всички мъчности могат да бъдат отстранени само с труд и упоритост, защото упражнението и работата засилват завидно могъществото на духа и неговото творчество.

При решенията на едно множество задачи читателите се отправят към надлежния § от „Основи на Аналитичната геометрия“ 1934 г., която е означена съкратено с буквите О, А, Г, които са събрани заедно, т. е. с ОАГ.

На края ще обърна внимание на младите, че не е достатъчно да се решават много задачи, без да се усвои изкуството да се решават задачи.

София, 5. XII. 1945 год.

Д. Табаков

Списък на използваните съчинения

Joseph Carnoy, Cours de géométrie analytique (Paris, 1899).
G. Salmon, Traité de géométrie analytique (френски и немски издания).

P. Aubert et G. Papelier, Exercices de géométrie analytique, t. I. 3^e ed. 1924, t. II, 2^e ed. 1922, t. III, 2^e ed. 1924. Paris.

Amedeo Agostini et Enea Bartolotti, Exercizi di Geometria analitica, Bologna, editore N. Zanichelli.

E. Ciani, Lezioni di Geometria proiettiva ed analitica (Pisa, 1912).

Guido Castelnuovo, Lezioni di Geometria analitica (Milano, 1924).

Reye, Geometrie der Lage.

СЪДЪРЖАНИЕ

ЧАСТ ПЪРВА

Аналитична геометрия на равнината

Стр.

1.	Основни зависимости на точките върху една абсцисна ос	1
2.	Проективни зависимости на точките и правите в една равнина	3
3.	Разстояния, ъгли, площи	7
4.	Три прави линии през една точка	13
5.	Три точки върху една права линия	19
6.	Трансформация на координатите	24
7.	Аналитично представяне на равнинните криви линии	30
8.	Забележителни криви линии	31

ЧАСТ ВТОРА

Аналитична геометрия на пространството

9.	Зависимости между точки, прави линии и равнини	35
10.	Метрични зависимости: разстояния, ъгли, площи, обеми	42
11.	Права и равнина	48
12.	Трансформация на координатите	57
13.	Аналитично представяне на повърхнините и на кривите линии в пространството	60
14.	Уникурсални криви линии	66

ЧАСТ ТРЕТА

Основни понятия на проективната геометрия

15.	Задачи върху метода на проективната геометрия	75
16.	Упражнения върху простите и двойни отношения	77
17.	Двойно отношение на четири прави от един равнинен сноп прави линии	82
18.	Хармонични групи	85
19.	Проективни координати в основните фигури от първи, втори и трети ред	90
20.	Хомографични зависимости от първи ред	91
21.	Инволюция в една основна фигура от първи ред	97
22.	Теорема на Desargues, Pascal и Brianchon	103
23.	Геометрични места, които са прави линии, или се цепят на повече прави	106
24.	Хомографични фигури от втори ред	113
25.	Коррелативност между фигурите от втори ред	118
26.	Проективност между две пространства	119

ЧАСТ ЧЕТВЪРТА
Конични сечения

§ 27.	Видове конични сечения	122
§ 28.	Конични сечения през четири точки	124
§ 29.	Полярна теория на коничните сечения	126
§ 30.	Построения на коничните сечения	129
§ 31.	Диаметрални свойства на коничните сечения	131
§ 32.	Централни и канонични уравнения на коничните сечения	134
§ 33.	Уравнения на коничните сечения, които се получават с известни условия	136
§ 34.	Задачи върху коничните сечения с тангенциални координати	137
§ 35.	Трансформация на едно конично сечение посредством една хомография	141
§ 36.	Разпределение в групи на коничните сечения, на които уравнението съдържа един параметър или два такива	143
§ 37.	Общи свойства на коничните сечения	151
§ 38.	Общи свойства на елипсата	155
§ 39.	Свойства на хиперболата	183
§ 40.	Свойства на параболата	187
§ 41.	Параметрични уравнения на коничните сечения	194
§ 42.	Геометрични места, които са определени конични сечения	198
§ 43.	Геометрични места, които са конични сечения с параметри	223
§ 44.	Разни задачи, свойства и построения на окръжността	252
§ 45.	Инверзия в равнината	252
§ 46.	Приложения на инверзията	254
§ 47.	Реципрочни поляри	261
§ 48.	Сноп окръжности и ортогонални окръжности	262
§ 49.	Геометрични места, които са окръжности	265
§ 50.	Хомофокални конични сечения	282
§ 51.	Спрегнати системи конични сечения	285
§ 52.	Върху хомографичните трансформации заменящи четири точки точки сами в себе	286

ЧАСТ ПЕТА

Повърхнини от втора степен

§ 53.	Повърхнини от втора степен, определени с известни условия	291
§ 54.	Полярна теория на повърхнините от втора степен	292
§ 55.	Геометрични места, образувани от един променлив полус или полярна равнина	294
§ 56.	Диаметрални свойства и канонични уравнения на повърхнините от втора степен	295
§ 57.	Смесени задачи върху повърхнините от втора степен	301
§ 58.	Сноп сфери и мрежа от сфери	306
§ 59.	Инверзия в пространството	307
§ 60.	Приложение на инверзията и стереографична проекция	313
§ 61.	Смесени задачи върху сферата	316
§ 62.	Конуси	320
§ 63.	Ротационни повърхнини	327
§ 64.	Параметрични уравнения на повърхнините	339
§ 65.	Класификация на повърхнините от втора степен	342
§ 66.	Геометрични места, които са повърхнини	347
§ 67.	Задачи върху центровете, осите и върховете при повърхнините от втора степен	353
§ 68.	Нормали, фокуси и образуващи на втораците с каноничните им уравнения	361